

SZÁMOLJUNK A BEFEKTETÉSEKKEL!



MEGOLDÁSOK

 PÉNZIRÁNYTŰ

Befektetések

Megtakarítás vagy befektetés?

E két kifejezést a hétköznapi ember szinonimaként használja, ám a pénzügyi szakma különbséget tesz köztük, még ha igazán éles határ nem is húzható közéjük. A megtakarításoknak inkább a tőke felhalmozása, értékének megőrzése és a kockázat minimalizálása a célja, míg a befektetésekkel szemben már hozamelvárás is megfogalmazódik. Minden befektetőnek saját kockázattvállalási hajlandósága alapján kell döntenie arról, mibe fekteti pénzét, ám annak tudatában, hogy magasabb hozam csak magasabb kockázattal érhető el.

Ahhoz, hogy kellő magabiztossággal kezeljük befektetéseinket, kétféle ismeretre van szükségünk: matematikaira és pénzügyire. A következő rövid elméleti bevezetőben áttekintjük a pénzügyi összefüggéseket, majd a feladatok során megmutatjuk, hogy a matematika órán tanultak hogyan segítenek minket a gazdasági jellegű döntésekben.

A pénz időértéke

Ha dönthetnél arról, hogy mikor nyerj a lottón 100 millió forintot, ma vagy egy hónap múlva, mit mondanál? Bizonyára azt, hogy ma, hiszen úgy gondolod, a ma megszerzett pénz biztosabb, ki tudja, mi történik egy hónap alatt. Ám nemcsak a bizonytalansági tényező az, ami miatt valóban ez a helyes döntés. Ha pénzügyi szempontból vizsgáljuk a kérdést, akkor is emellett kell voksolnunk. De vajon miért? Nem ugyanannyit ér 100 millió forint most, mint egy hónap múlva? Nem bizony. Gondolj csak bele abba, hogy ha már ma hozzájutsz ehhez a pénzösszeghez, azt akár azonnal be is fektetheted. Vagyis már ma elkezd kamatozni, így holnap már többet is ér, egy hónap múlva pedig még többet. Tehát ha csak egy hónap múlva kapod meg ugyanazt a nyereeményt, hátrányban leszel.

A mai pénz többet ér, mint a jövőben esedékes azonos összeg.

Ezt hívjuk a pénz időértékének. Hogy pontosan mennyi az értéke egy jövőbeli időpontban, azt a kamatlábak ismeretében ki is tudjuk számolni. Általános szabályként azt mondhatjuk, hogy annál több, minél nagyobb a kamatláb és minél hosszabb ideig kamatozik. Rossz döntést hozunk tehát, ha nem fektetjük be megtakarításunkat, hanem például otthon tartjuk, hiszen így csak a névértékét (nominális értékét) őrzi meg pénzünk. Ez azt jelenti, hogy ha egy papírra leírjuk megtakarításunk összegét egy jövőbeli időpontban, ugyanazt a számot fogjuk látni ott, mint most, hiszen a szám szerinti összege ugyanaz lesz. Ám a reálértéke, vagyis amennyi terméket vásárolni tudunk érte, csökkenni fog. A pénzünk tehát ebben az esetben veszít értékéből, hiszen a termékek ára az idő előrehaladtával általában nő. Ha pénzünk nem követi ezt a növekedést, akkor abból az összegből, amiből ma még meg tudunk venni egy adott terméket, egy év múlva lehet, hogy nem fogjuk tudni. A legnagyobb hibát tehát akkor követjük el önmagunkkal szemben, ha egyrészt nem gondoskodunk megtakarításaink reálértékének növekedéséről vagy legalább szinten tartásáról, másrészt nem alapozzuk meg pénzügyileg is

saját jövőnket, vagyis nincs havi rendszeres megtakarításunk, hiszen a legkisebb megtakarítás is óriásira duzzadhat a kamatok által.

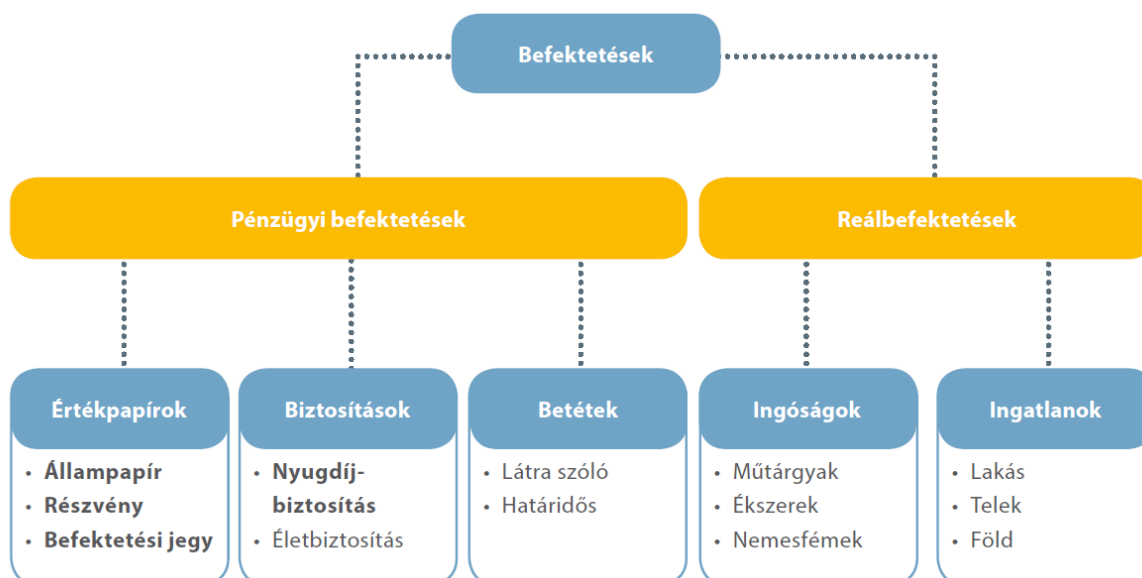
Mivel ugyanaz a pénzösszeg eltérő időpontokban eltérő értékkel bír, pénzünk értékének meghatározásakor **a különböző időpontokban esedékes összegeket nem adhatjuk egyszerűen csak össze**, hanem „közös nevezőre” kell hoznunk őket. A közös nevező ebben az esetben egy általunk választott, adott időpont, amely időpontra kiszámoljuk az értéküket, hogy összehasonlíthatóvá váljanak.

Ez az azonos időpont lehet a jövőben, ebben az esetben valamennyi összegnek a **jövőbeni értékét** (future value, FV) számítjuk ki úgy, hogy - egy kamatozási időszakot feltételezve - az aktuális értékét (present value, PV, jelenérték) megszorozzuk az $(1 + r)$ -rel (r : a százalékban meghatározott kamatláb tizedes tört formában történő kifejezése, például az 5% = öt századrész, azaz 0,05), tehát $FV = PV \times (1 + r)$. Vagyis a most, a jelenben ismert összeghez hozzáadjuk a jövőbeni kamatokat.

De akár választhatjuk azonos időpontnak a jelent is, ekkor **jelenérték** számítására kerül sor. Ilyenkor – ismét egy kamatozási időszakot feltételezve - a jövőben várható pénzösszegeket elosztjuk az $(1+r)$ -rel, tehát $PV = FV / (1 + r)$, vagyis csökkentjük értéküket a kamatok összegével, így megkapjuk a mai értéket. Ezt a műveletet diszkontálásnak nevezzük. A fentiek alapján láthatjuk, hogy a pénz értékelése során a kamatláb és az idő a két legfontosabb tényező. (Fontos egyszerűsítéssel éltünk: egyetlen időszakot vizsgáltunk és a kamatláb erre az időszakra vonatkozott.)

Lehetőségeink pénzünk befektetésére

Pénzünk befektetésének számos lehetősége, alternatívája létezik. Kamatoztathatjuk azt bankbetétekben, fektethetjük valutába, devizába az árfolyamváltozásra spekulálva, de dönthetünk az értékpapírok, vagy akár az ingatlanvásárlás mellett is. Bármelyiket választjuk, a pénz időértékének meghatározó szerepe van az összehasonlításban, az értékelésben. Azt a tőkenövekményt, amelyet a befektetésünk összesen biztosít számunkra, **hozamnak** nevezzük.



A hozamot terhelő adó

A befektetések értékelésekor fontos figyelembe venni, hogy az állam a megszerzett jövedelmek egy részét adó formájában elvonja. Mindannyian ismerjük a személyi jövedelemadót, amit pl. a munkabérünkből vonnak le. Mivel a kamat, vagy például az árfolyamnyereség is megszerzett jövedelem, így ez után is adózni kell. A kamatjövedelem után fizetendő adó mértéke éppúgy, mint a többi megszerzett jövedelemé 15% (2019-ben). Ez alapján tehát nincs különbség pl. a munkával szerzett jövedelem, és a kamatokból, egyéb hozam formájában elért jövedelmek között.

Az úgynevezett **kamatadó** kiszámítása, levonása és államkasszába történő befizetése a bank feladata. Erre az adott időszakra jutó kamatkifizetés (kamattjótérítés) időpontjában, de legkésőbb évente kerül sor. A hosszú távú megtakarítások ösztönzését szolgáló **tartós befektetési számla** (TBSZ) az öt éven túli pénzlekötés esetén lehetőséget teremt a kamatadómentességre.

Kezdődhet a számolás!

Az alábbi feladatok megmutatják, hogy a különböző megtakarítási formák esetén hogyan segít minket a matematika a tudatos befektetési döntés meghozatalában.

FELADATOK 9. évfolyam

Kamatozási formák

Megtakarításainkat egyszerű vagy kamatos kamatozással köthetjük le a bankokban.

Az **egyszerű kamatozás** lényege, hogy a lekötési időszak végén, a kamatjováírás során a bank a betétesnek kifizeti az időszakra jutó kamat összegét (a kamatadóval csökkentve). Az eredetileg befektetett pénzösszeg ismét leköthető a bankban, a kapott kamat azonban nem kerül lekötésre, hanem szabadon elkölthető. Ezt a befektetési formát általában azok választják, akik az így nyert kamatösszeggel ki szeretnék egészíteni megélhetésre fordítható jövedelmüket (pl. nyugdíjasok), vagy egy adott kiadást szeretnék belőle finanszírozni (pl. nyaralást).

Hogyan számolunk ilyen esetben?

Képletünk:

$$\text{Az elért pénzösszeg} = T \cdot \left(1 + \frac{p \cdot n}{100}\right),$$

$$\text{a kamat} = T \cdot \left(\frac{p \cdot n}{100}\right),$$

ahol T a lekötött összeg, tőke, p a kamatláb, n pedig a kamatfizetés gyakoriságának¹ száma. Éves kamatfizetés esetén pl. 2 év alatt kétszer írják jóvá a kamatot, tehát az n értéke ekkor 2 lesz.

A **pénzügyi életben** a T -t jelenértéknek nevezik (PV, present value), az elért pénzösszeget jövőbeni értéknek (FV, future value), a kamatláb jele pedig az r . Az „ r ” kamatláb százalékban van megadva, ezért a százalék századrészként értelmezve közvetlenül tizedes törtben alkalmazható.

A képlet ezek szerint tehát $FV = PV \cdot (1 + r \cdot n)$

A másik lehetőség a **kamatos kamatozás** választása, melyet Albert Einstein a világ 8. csodájaként emlegetett. Hamarosan te is megérted, miért. Ebben az esetben a kezdetben befektetett pénzösszeg a kamatfizetést követően növekedni fog a kamat összegével, tehát a kamat is tőkévé válik (pénzügyi szóval: tőkésítik) az újbóli lekötés során. Ez a nagyobb összeg kamatozik a következő időszakban, vagyis a korábban megszerzett kamat is kamatozóvá válik, innen származik az elnevezés: kamatos kamat.

Hogyan számolunk ilyen esetben?

$$\text{Képletünk: } T \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right) = T \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$$

A közgazdászok jelölésével élve:

$$FV = PV \cdot (1 + r) \cdot (1 + r) \cdot \dots \cdot (1 + r) = PV \cdot (1 + r)^n$$

Erre a kétféle kamatozási formára nézzünk most néhány feladatot.

1. feladat

Nyári munkád eredményeként 250 000 Ft nettó jövedelemre² tettél szert. Régi nagy vágyad teljesült így, hiszen meg tudtad venni azt az 50 000 Ft-os kerékpárt, amit hónapok óta nézegettél a kirakatban. A megmaradt pénzösszeget továbbtanulásodra szeretnéd fordítani, ezért azt tervezed, hogy lekötöd egy bankban 3 évre. Három bank ajánlatát vizsgálod meg, melyek a következők:

Bank	A	B	C
Éves kamatláb 3 éves lekötés esetén, éves kamatfizetéssel	1,5%	2,4%	0,99%

Az éves kamatokat mindhárom bank évente fizeti ki, ami nem adódik hozzá a lekötött tőkéhez, azaz mindhárom bank egyszerű kamatozással számol. A számlavezetési költségtől és a kamatadótól most eltekintünk.

a) Kövesd nyomon befektetésedet az „A” bankban! Töltsd ki az alábbi táblázatot a bank által kifizetett kamatok alapján! (A kifizetett kamatot most összegszerűen vizsgáljuk, nem az értékét szeretnénk meghatározni.)

A kerékpár megvásárlása után megmaradt összeg 200000Ft.

Év	Lekötött tőke	Kamat	Végösszeg (FV)
1.	200000 Ft	3000 Ft	203000 Ft
2.	200000 Ft	3000 Ft	206000 Ft
3.	200000 Ft	3000 Ft	209000 Ft

²Nettó jövedelem: a személyi jövedelemadó (15%) és a járulékok (18,5%) levonását követően kézhez kapott összeg, 2018-ban a bruttó jövedelem 66,5%-a. Diákmunka esetén csak személyi jövedelemadót kell fizetni, járulékokat nem.

- b) Összegezd a táblázatban, mennyi kamatot fizetnek ki az egyes bankok számodra a 3 év alatt! (A kifizetett kamatot ismét csak összegszerűen vizsgáljuk, nem az értékét szeretnénk meghatározni.)

Az „A” bank esetén $200000 \text{ Ft} \cdot 0,015 = 3000 \text{ Ft}$ a bank által egy év után fizetendő kamat. Három év alatt ez összesen $3 \cdot 3000 = 9000 \text{ Ft}$. A befektetett összeg minden évben $200\,000 \text{ Ft}$ volt.

Hasonlóan a B bank esetén 4800 Ft a kifizetett kamat évente, ami a három év alatt összesen 14400 Ft .

C bank esetén 1980 Ft évente, így összesen 5940 Ft kamatot fizet ki a bank.

Bank	„A”	„B”	„C”
Éves kamatláb 3 éves lekötés esetén ³	1,5%	2,4%	0,99%
Kifizetett kamat 3 év alatt	9 000 Ft	14 400 Ft	5 940 Ft

- c) Melyik befektetési lehetőséget választanád? Állítsd csökkenő sorrendbe a bankokat a kifizetett kamatok alapján, és határozd meg a különbségeket!

Banki kamatok csökkenő sorrendben	Bank neve	Kamat összege (Ft)
1.	B	14 400 Ft
2.	A	9 000 Ft
3.	C	5 940 Ft

Különbségek:

1-2. között: $14400 \text{ Ft} - 9000 \text{ Ft} = 5400 \text{ Ft}$

2-3. között: $9000 \text{ Ft} - 5940 \text{ Ft} = 3060 \text{ Ft}$

1-3. között: $14400 \text{ Ft} - 5940 \text{ Ft} = 8460 \text{ Ft}$

- d) Van esetleg jobb ötleted pénzed befektetésére? Ismersz más befektetési lehetőségeket?

Pénzünket a banki lekötéseken kívül fektethetjük értékpapírokba (államkötvény, vállalati kötvények, részvény), valutába, devizába, ingatlanba stb. is. A befektetett összeg nagysága is befolyásolja lehetőségeinket. Az ingatlanvásárlás nagyobb pénzösszeget igényel, ám a lakások jelenleg tapasztalható jelentős emelkedése miatt kiemelkedő hozammal jár.

³Az éves kamatláb a lekötés időtartama szerint eltérő lehet. Ez azt jelenti, hogy az éves kamatlába egy féléves vagy egy éves lekötésnek más és más lesz/lehet, mint a példában szereplő 3 éves lekötésé.

Kisebbségi pénzügyi eszközök közül elsősorban értékpapírokat, illetve valutát⁴ és devizát⁵ tudunk vásárolni. A valuta és deviza esetén az árfolyamváltozás jelentheti a befektető hasznát, ami devizabefektetés esetén még a lekötés kamatával is kiegészül, ám az árfolyamváltozás iránya bizonytalan, így ez akár veszteséggel is járhat. Értékpapírok esetén a részvényárfolyam a piactól függ, az tehát szintén ingadozik pozitív és negatív irányba egyaránt. Kötvény vásárlása esetén a leginkább kiszámítható a befektetésből származó hozam, hiszen a kötvény vásárlásakor eldönthetjük, milyen kamatozásút választunk, milyen időtartamra. Állampapírok esetén ezek kamata is állami garanciával van biztosítva.

- e) Mivel kerékpárt vásároltál, bérletet nem kell venned, így havi 3750 Ft-ot megtakarítasz. Hány hónap alatt térül meg így számodra a kerékpár ára?

A kerékpár ára 50000 Ft. Ha havi 3750 Ft-ot spórolunk, akkor $50000:3750 \approx 13,3$.

Tehát 14 hónap alatt térül meg. A havi 3750 Ft-os bérletár alternatívájaként jelenik tehát meg az 50000 Ft-os kerékpárvásárlás. Érdemes esetleg egyéb alternatívákat is megemlíteni a felmerülő költségek átgondolásával: gyaloglás, futás – kopik a cipő, aminek költségvonzata lesz, esetleg térdfájás – orvosi költségek stb.

Vond le a tanulságot!

A feladat tanulságai alapján dönts el a következő állításokról, hogy igazak, vagy hamisak! Jelöld döntésedet X-szel!

Igaz	Hamis	Állítás
X		Egyszerű kamatozás esetén a befektetési lehetőségek könnyen összehasonlíthatóak.
	X	Egyszerű kamatozású befektetés esetén a kapott kamat a következő időszakban lekötésre, tőkésítésre kerül, tehát nem használható fel szabadon.
	X	Ha kölcsönadsz a szomszédodnak 10000 Ft-ot, és ő 5 hónap múlva ezt visszaadja, akkor pénzügyi értelemben elégedettek lehettek.

Az egyszerű kamat alapján az éves kamatlábból egyértelműen eldönthető, melyik lehetőséget érdemes választani. Kamatos kamat esetén nem csak a kamatláb, hanem a kamatfizetések száma is befolyásolja a végső kamat összegét, hiszen minél gyakrabban kerül tőkésítésre a kamat, annál nagyobb lesz az elért kamat mértéke. (Most az egyéb felmerülő költségeket pl. a számlavezetés díját nem vettük figyelembe.)

⁴valuta: külföldi fizetőeszköz készpénz formájában (pl. euró bankjegy, érme)

⁵deviza: készpénzt helyettesítő, de szükség esetén készpénzre váltható fizetőeszköz a nemzetközi forgalomban (pl. euró a bankszámlán)

2. feladat

Fektessek most be az előző feladatban szereplő 200 000 Ft-ot kamatos kamatozású bankbetétbe, az előző feladat szerinti kamatlábak mellett.

Bank	„A”	„B”	„C”
Éves kamatláb 3 éves lekötés esetén éves kamatfizetéssel	1,5%	2,4%	0,99%

Az adott évre eső kamatot mindhárom bank évente írja jóvá a számlán, és tőkésíti. A számlavezetési költségtől és a kamatadótól most is eltekintünk.

- a) Mire számítasz, melyik kamatösszeg lesz nagyobb a három év után, az 1. feladatban kiszámított egyszerű kamatozású bankbetété, vagy a kamatos kamatozású befektetésé? Válaszod indokold is meg!

A kamatos kamatozású befektetésé, mert minden évben növekszik a lekötött összeg, hiszen a kamat is tőkévé válik, így évről évre több pénzünk kamatozik.

- b) Kövesd nyomon befektetésedet az A bankban! Töltsd ki az alábbi táblázatot!

Év	Lekötött induló tőke	Kamat	Végösszeg (FV)
1.	200000 Ft	3000 Ft	203000 Ft
2.	203000 Ft	3045 Ft	206045 Ft
3.	206045 Ft	3091 Ft	209136 Ft

- c) Összegezd a táblázatban, mennyi kamatot fizetnek ki az egyes bankok egy év múlva és a három év alatt összesen!

Az első év kamata megegyezik az előző feladat kamatával.

Az „A” banknál három év alatt felnövekedett érték: $200000 \text{ Ft} \cdot 1,0153 = 209136 \text{ Ft}$, amelyből a kamat 9136 Ft.

Hasonlóan a „B” banknál: $200000 \text{ Ft} \cdot 1,0243 = 214748 \text{ Ft}$, amelyből a kamat 14748 Ft.

A „C” banknál: $200000 \text{ Ft} \cdot 1,00993 = 205999 \text{ Ft}$, amelyből a kamat 5999 Ft.

Bank	„A”	„B”	„C”
Éves kamatláb 3 éves lekötés esetén	1,5%	2,4%	0,99%
Kifizetett kamat 1 év múlva	3000 Ft	4800 Ft	1980 Ft
Kifizetett kamat 3 év alatt összesen	9136 Ft	14748 Ft	5999 Ft

d) Melyik befektetési lehetőséget választanád? Állítsd csökkenő sorrendbe a bankokat a kifizetett kamatok alapján, és határozd meg a különbségeket!

Banki kamatok csökkenő sorrendben	Bank neve	Kamat összege (Ft)
1.	B	14748
2.	A	9136
3.	C	5999

Különbségek:

1-2. között: $14748 \text{ Ft} - 9136 \text{ Ft} = 5612 \text{ Ft}$

2-3. között: $9136 \text{ Ft} - 5999 \text{ Ft} = 3137 \text{ Ft}$

1-3. között: $14748 \text{ Ft} - 5999 \text{ Ft} = 8749 \text{ Ft}$

e) Hasonlítsd össze most a bankok által év végén kifizetett kamatösszegeket a kétféle lekötési forma esetén! Töltsd ki a táblázatot!

Bank	Év	Egyszerű kamatozás	Kamatos kamatozás
„A”	1.	3000 Ft	3000 Ft
	2.	3000 Ft	3045 Ft
	3.	3000 Ft	3091 Ft
„B”	1.	4800 Ft	4800 Ft
	2.	4800 Ft	4915 Ft
	3.	4800 Ft	5033 Ft
„C”	1.	1980 Ft	1980 Ft
	2.	1980 Ft	1999 Ft
	3.	1980 Ft	2019 Ft

Vond le a tanulást!

Fogalmazd meg 3 igaz állítást az egyszerű és a kamatos kamatozású befektetési lehetőségekkel kapcsolatosan! Fejezd be a mondatokat!

1. Egyszerű kamatozás esetén **nem változik/minden évben azonos nagyságú a kamat.**
2. Kamatos kamat esetén **összegekszerűen folyamatosan nő a kapott kamat.**

3. Az egyszerű kamat a kamatos kamathoz képest azonos kamatlábat és több kamatfizetési időszakot feltételezve **alacsonyabb hozammal járó befektetés.**

Ha tanácsot kellene adnod ismerősödnek, melyik kamatozási formát válassza pénze lekötésére azonos kamatlábak esetén, mit javasolnál neki?

1 éves lekötés esetén: **mindkét lehetőség azonos hozammal jár.**

2 vagy több éves lekötés esetén: **a kamatos kamat magasabb hozamot eredményez, hiszen a kamat is tőkévé válik.**

3. feladat

Lássunk most egy példát arra is, hogyan alakulnak a kamatok, ha a kétféle lekötési forma esetén eltérnek a kamatlábak! A kamatadótól tekintsünk most el!

Számlavezető bankodnál a következő kamatlábakat lehet elérni éves lekötés esetén:

	Egyszerű kamatozás	Kamatos kamatozás
Kamatláb	4%	3,9%

a) Számítsd ki, hogy ha 200 000 Ft-ot szeretnél kettő, illetve három évre lekötni, akkor melyik befektetési lehetőséggel járnál jobban!

Az egyszerű kamatozás mellett

$2 \cdot 4\% = 8\%$ -a kamat két évre,

$3 \cdot 4\% = 12\%$ -a kamat három évre.

Kamatos kamatozás esetén

$1,039^2 = 1,0795$, tehát 7,95% a kamat két évre.

$1,039^3 = 1,1216$, tehát 12,16% a kamat három évre.

2 éves lekötés esetén az egyszerű kamattal járnék jobban,

3 éves lekötés esetén a kamatos kamattal járnék jobban.

b) Milyen tanulságot tudsz levonni a feladat alapján az eltérő kamatlábakkal bíró, eltérő módon kamatozó befektetésekre vonatkozóan?

Kamatos kamatozás esetén kisebb kezdeti kamatlábakkal is lehetséges, hogy több év alatt végeredményben nagyobb kamathoz jutunk.

4. feladat

Ismerkedjünk meg most a **kamatadó** hatásával!

Fektesse be a fenti 200 000 Ft-ot évi 2,2%-os kamatozással egy évre, éves kamatkifizetéssel.

a) Számítsd ki a bank által 1 év lekötés után kifizetett kamat összegét!

$$200\,000 \cdot 0,022 = 4\,400 \text{ Ft}$$

b) Számítsd ki a bank által levont, és az államnak átutalt kamatadó összegét! (A kamat után, mint bármely más jövedelem után az állam számára 15 % adót kell fizetni, ezt egyszerűsítve kamatadónak nevezzük.)

$$4\,400 \cdot 0,15 = 660 \text{ Ft}$$

c) Határozd meg a kamatadóval korrigált kamat összegét!

$$4\,400 - 660 = 3\,740 \text{ Ft}$$

d) Számítsd ki a kamatadóval korrigált kamatláb mértékét!

$$3\,740 : 200\,000 = 0,0187 \text{ tehát } 1,87\% \text{ a kamatadóval korrigált kamatláb.}$$

e) Ezt közvetlenül is ki tudjuk számolni a kamatlábból! Határozd meg most így is a kamatadóval korrigált kamatláb mértékét!

$$2,2\% \cdot (1 - 0,15) = 2,2\% \cdot 0,85 = 1,87\%$$

f) Foglald táblázatba a kapott eredményeket!

lekötött összeg (Ft)	éves kamatláb (%)	lekötési időszak (év)	kamatadó mértéke (%)	kamatadó összege (Ft)	kamatadóval korrigált kamat összege (Ft)	kamatadóval korrigált kamatláb (%)
200 000	2,2	1	15	660	3 740	1,87

g) Fogalmazd meg a kamatadó hatását a megtakarítások kamatára vonatkozóan!

Kamatadó esetén a banki kamatláb **15%-ának** megfelelő összeget, mint jövedelemadót levonják és az államnak befizetik.

A levonás következtében a megtakarításunk utáni kamatot a banki kamatláb **85%-a** alapján tudjuk kiszámolni. Az így számolt kamatlábat, a kamatadóval korrigált kamatlábnak nevezzük.

5. feladat

Vizsgálódjunk most egy kicsit máshogy! Tételezzük fel, hogy 4 év múlva álmaid megvalósításához (például egy autóvásárláshoz) 4,5 millió forintra lesz szükséged. Találtál egy kamatos kamatozású lekötési lehetőséget, mely 3%-os kamatlábat ígér éves kamatfizetés mellett.

Számítsd ki, mennyi pénzt kell elhelyezned a bankban most, vagyis mennyi legyen befektetésed indulótőkéje, hogy a kamatadó megfizetése után sikerüljön elérni a tervezett, 4,5 millió forintot! Az eredményt 10 000 Ft-ra kerekítve add meg!

Legyen T a kezdőtőke! Ekkor első évben a kamat $T \cdot 0,03$, amelyet még a kamatadó terhel, tehát a felnövekedett érték $T + T \cdot 0,03 \cdot 0,85 = T \cdot 1,0255$.

Négy év múlva ezek alapján $T \cdot 1,0255^4 = 4\,500\,000$

$T = 4\,500\,000 : (1,0255^4) = 4\,068\,833 \approx 4\,070\,000$ (10 000-re kerekítve)

Tehát 4 070 000 Ft-ot kell elhelyezni!

6. feladat

Vizsgáljuk meg most az egyes kamatozási formák függvényeit!

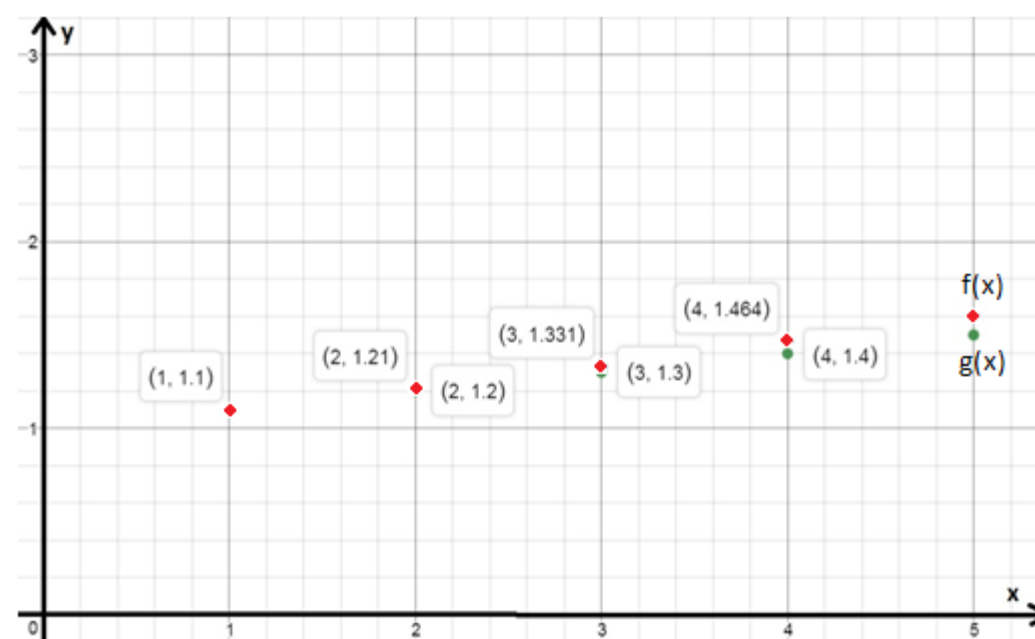
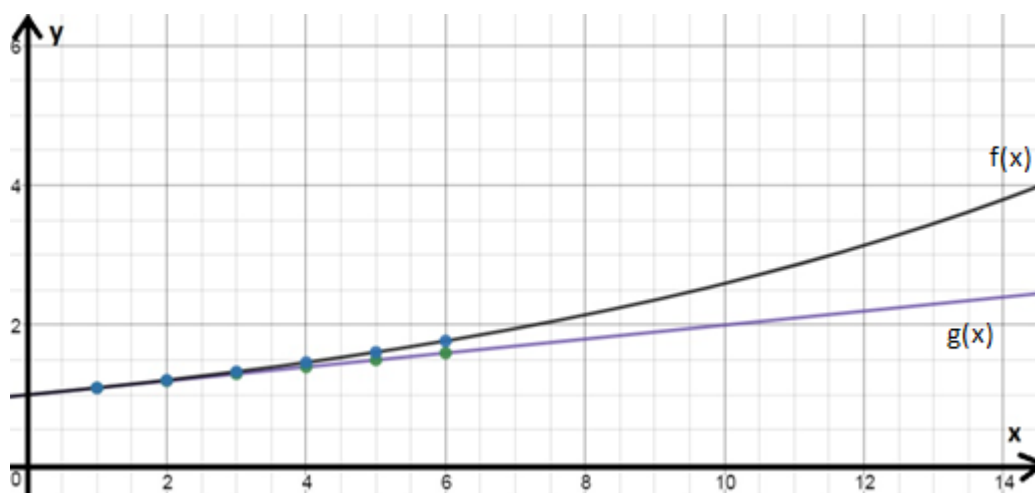
Az alábbi ábrák ugyanazon befektetések változását mutatják rövid, illetve hosszú távon.

A tengelyeken x az időtávot mutatja években kifejezve, az y pedig a befektetett összeg növekedését. Az y tengelyen az $1 = 100\%$, azaz a lekötött tőke egészét fejezi ki.

a) Az alábbi két függvények közül válaszd ki, melyik lehet az egyszerű, és melyik a kamatos kamatozású befektetés hozamának függvénye! Válaszod indokold is meg!

$f(x)$: kamatos kamatozású, mert a függvény nem lineáris (exponenciális)

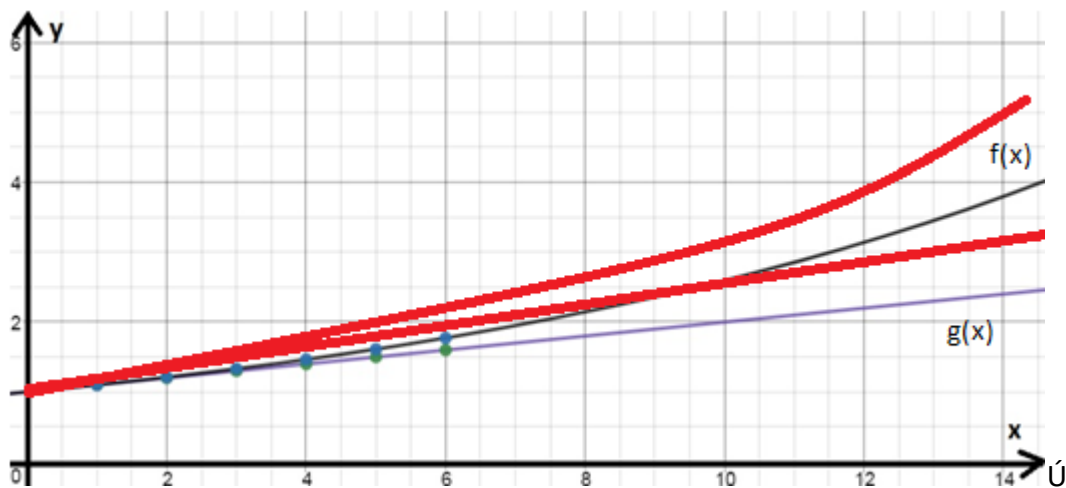
$g(x)$: egyszerű kamatozású, mert a függvény lineáris



b) Olvasd le a következő adatokat a fenti függvényekről!

- kamatláb mértéke: $f(1)=1,1$, tehát 10 százalék a kamatláb
- $x = 0$ értéknél a függvényérték: 1
- Miért innen indul a függvény? Mert a befektetés értéke itt 100%-on áll.

c) Egy tetszőlegesen választott színes tollal vagy filctollal rajzolj be az ábrába egy-egy olyan $k(x)$ és $n(x)$ függvényt, amely a példabelinél magasabb kamatláb esetén mutatja az egyszerű és a kamatos kamatozás hozamát!



Valuta és deviza befektetések

Az előző feladatok során megismerkedhettél azzal, hogy banki lekötés esetén, hogyan kamatozik a pénz. Megtakarításodat azonban valuta vagy deviza vásárlására is fordíthatod, hiszen így is szert tehetsz haszonra. Bizonyára tudod, hogy a külföldi fizetőeszközök forintárfolyama folyamatosan változik. Azok, akik valutába⁶ vagy devizába⁷ fektetik pénzüket éppen erre a változásra számítanak, vagyis arra spekulálnak, hogy a forint gyengül, tehát egy egységnyi külföldi fizetőeszközért (pl. 1 dollár) a jövőben több forintot kell adni. Így, ha dollárt vásároltak korábban, visszaváltva azt, több forintot kapnak, mint amennyiért eredetileg vették a dollárt.

A feladatokhoz szükség lesz az árfolyamokra, melyeket az alábbi táblázatok tartalmaznak.

Valuta árfolyamok (2018. ősz)

	Valuta	Vételi árfolyam	Eladási árfolyam
	Amerikai Dollár 	↓ 275.5600	↓ 291.4400
	Angol Font 	↓ 359.0600	↓ 379.7500
	Ausztrál Dollár 	↑ 193.6000	↑ 206.8200
	Bolgár Leva 	↓ 157.5000	↓ 175.1300
	Cseh Korona 	↓ 11.9600	— 13.3000
	Dán Korona 	↓ 42.1700	↓ 45.0400
	Euro 	↓ 316.1800	↓ 334.4000
	Horvát Kuna 	— 41.5000	↑ 46.1500
	Japán Yen 	↓ 2.4186	↓ 2.5837
	Kanadai Dollár 	↑ 210.9100	↑ 225.3000
	Lengyel Zloty 	↑ 71.5200	↑ 79.5300
	Norvég Korona 	↑ 33.0800	↑ 35.3400
	Orosz Rubel 	— 4.0100	— 4.4600
	Román Lej 	↓ 66.0000	↓ 73.3900
	Svájci Frank 	↓ 276.0700	↓ 294.9100
	Svéd Korona 	↑ 30.1200	↑ 32.1800
	Szerb Dinár 	— 2.5900	— 2.8900
	Török Lira (TRY) 	— nf.	— nf.

Deviza árfolyamok (2018. ősz)

⁶valuta: külföldi fizetőeszköz készpénz formájában (pl. euró bankjegy, érme)

⁷deviza: készpénzt helyettesítő, de szükség esetén készpénzre váltható fizetőeszköz a nemzetközi forgalomban (pl. euró a bankszámlán)

Deviza	Vételi árfolyam	Eladási árfolyam
USD Amerikai Dollár (USD)	280.6700	286.3400
GBP Angol Font (GBP)	365.7100	373.1000
AUD Ausztrál Dollár (AUD)	198.2100	202.2100
BGN Bolgár Leva (BGN)	164.6500	167.9800
CZK Cseh Korona (CZK)	12.5000	12.7600
DKK Dán Korona (DKK)	43.1700	44.0400
EUR Euro (EUR)	322.0400	328.5400
HRK Horvát Kuna (HRK)	43.3900	44.2600
JPY Japán Yen (JPY)	2.4761	2.5261
CAD Kanadai Dollár (CAD)	215.9200	220.2900
PLN Lengyel Zloty (PLN)	74.7700	76.2800
NOK Norvég Korona (NOK)	33.8700	34.5500
RUB Orosz Rubel (RUB)	4.2000	4.2800
RON Román Lej (RON)	69.0000	70.3900
CHF Svájci Frank (CHF)	282.6400	288.3500
SEK Svéd Korona (SEK)	30.8400	31.4600
RSD Szerb Dinár (RSD)	2.7100	2.7700
TRY Török Lira (TRY)	45.6600	46.5800

Internetes hozzáférés esetén a feladatoknál számolhattok az aktuális árfolyamokkal is, melyeket a bankok vagy a pénzváltók weboldalain találhattok meg. Léteznek olyan weblapok is, ahol ezeket össze is hasonlíthatjátok, ilyen például az alábbi QR kód alatt található weboldal is.



Fontos tudni, hogy a pénzváltók csak valutaváltással foglalkoznak, míg a kereskedelmi bankok valutával és devizával is kereskednek.

Mit gondolsz, miért kedvezőbbek a valutaváltók árfolyamai a banki valutaárfolyamokhoz képest?

A bankfiókok fenntartási költségei magasabbak, így nagyobb árfolyamrésszel dolgoznak ezek finanszírozására.

Érdekességként nézzétek meg a fenti két táblázatban az egyes nemzeti fizetőeszközök hárombetűs rövidítéseit! (pl. Amerikai Dollár: USD, Euró: EUR, Magyar Forint: HUF stb.) Nézzetek utána az interneten, honnan származnak ezek a rövidítések!

7. feladat

Idén nyáron 4 tagú családdal az EU egyik tagállamába, Szlovákiba utaztok rokonaitokhoz. Szlovákia az eurózóna tagja, tehát fizetőeszköze az euró. Az utazásra 50 000 Ft-ot váltotok be fejenként euróra az egyik bankban. Az árfolyamokat a fenti táblázat tartalmazza.

Az átváltáshoz jegyezd meg, és alkalmazd az alábbi táblázatba foglalt szabályt!

Tranzakció	Alkalmazott árfolyam	Szabály
Ha a bank valutát ad el	eladási árfolyam	Szabály: mindig a bank/pénzváltó szempontjából kell vizsgálni, hogy eladásról vagy vételről van-e szó
Ha a bank valutát vesz	vételi árfolyam	

a) Hány forintba kerül egy euró? Válaszd ki a megfelelő árfolyamot a fenti szabály alapján!

Mivel a bank eurót ad el, ezért a valuta eladási árfolyamot kell megkeresni: 1 euró 334,4 Ft-ba kerül.

b) Számítsd ki, hány eurót fogtok kapni összesen a pénzetekért!

$4 \cdot 50000 : 334,4 = 598,086$ tehát 598 eurót kapunk. (Természetesen pénzváltás során a bank/pénzváltó visszaadja forintban a maradványösszeget, tehát jelen esetben a 0,086 eurónak megfelelő forintösszeget.)

c) Olvasd le a QR kódot, és nézd meg az aktuális valuta árfolyamokat a bankoknál és a pénzváltásra szakosodott cégeknél! Írd a vonalra, melyik jelenleg a legkedvezőbb átváltási árfolyam!



Azt az EUR/HUF **eladási** árfolyamot kell keresni, amelyik a legalacsonyabb, hiszen a vevő szemszögéből vizsgálva ezen az árfolyamon érdemes vásárolni a valutát.

d) Ha befektetési céllal a fenti táblázatban jelölt árfolyamon vetted volna korábban az eurót, akkor a mai, aktuális valuta árfolyamon értékesítve hogyan értékelnéd befektetésed? (Vedd figyelembe, hogy amikor lezárod ezt a befektetést, akkor a vételi árfolyammal kell számolnod, hiszen visszaváltod az euródat forintra, vagyis a bank/pénzváltó megveszi tőled az eurót! Ezzel szemben a befektetés kezdetekor, a bank/pénzváltó eladta neked az eurót, tehát akkor az eladási árfolyammal számoltál.)

Vásárláskori árfolyam: 334,4 HUF/EUR (HUF/EUR: forint/euró a nemzetközi jelölés szerint)

Aktuális árfolyam: X (a feladatmegoldás pillanatában érvényes árfolyam pl. a fenti QR kódos weblap adatai szerint)

Nyereség/veszteség eurónként: $X - 334,4 = Y$, ha Y pozitív: nyereséges volt az ügylet, ha negatív, akkor veszteséges.

Ebben a feladatban tanultam...

Az alábbi mondatokban húzd alá azt a szót, amely igazá teszi az állítást!

1. Minél több forintba kerül egy euró, annál ERŐSEBB/GYENGÉBB a hazai fizetőeszköz.
2. Ha az euró forintban kifejezett árfolyama csökken, akkor egységnyi forint értéke CSÖKKEN/NŐ, tehát a forint erősödik.
3. A nyaraláshoz vásárolt eurót ELADÁSI/VÉTELI árfolyamon váltja át forintról a bank.
4. A külföldi fizetőeszközt készpénz formájában VALUTÁNAK/DEVIZÁNAK nevezzük.
5. Ha úgy gondolom, hogy nőni fog az euró forintban kifejezett árfolyama, akkor abban az esetben járok jól, ha megtakarított forintomat a változás ELŐTT/UTÁN váltom át euróra.

8. feladat

Hazaértetek a nyaralásról. Örömmel tapasztaljátok, hogy az utazásra szánt költőpénzből a család 135 eurót megtakarított.

- a) Számítsd ki, mennyi pénzt kapsz kézhez a bankban, ha visszaváltod forintra a megtakarított eurókat! Tegyük fel, hogy a korábban használt táblázatban szereplő árfolyamokhoz képest a nyaralás napjai alatt 3 Ft-tal nőtt mind a vételi, mind az eladási árfolyam! (Internetelérés esetén a feladat számolható az aktuális árfolyamokkal is!)

Mivel a bank eurót vesz, ezért a vételi árfolyamot kell keresnünk. Ez $316,18 + 3 = 319,18$ Ft/Euro.

135 euró ekkor $135 \cdot 319,18 = 43089,3$ tehát 43090 Ft-ot kapunk készhez. (10 Ft-ra kerekítve kapjuk meg az ellenértéket.)

- b) Veszteséggel vagy nyereséggel zárod az ügyletet? Számítással támaszd alá válaszod!

Veszteséggel, hiszen a 135 euró megvásárlása $135 \cdot 334,4 = 45144$ Ft-ba került. A veszteség tehát: $45144 - 43090 = 2054$ Ft. (A vásárolt és az visszaváltott euróink közötti Ft különbséget kell megvizsgálni.)

- c) Milyen esetben érdemes elgondolkoznod azon, hogy mégsem váltod vissza az eurót, hanem inkább tartalékolod még egy darabig a valutát?

Amennyiben a pénzre nincs azonnal szükség, és arra lehet számítani, hogy az árfolyam nőni fog. Így már elképzelhető, hogy a mostani visszaváltási árfolyam (a bank vételi árfolyama), és a korábbi, megvásárláskori árfolyam (a bank eladási árfolyama) között csökken a különbség, esetleg meghaladja már a növekedéssel a vételi árfolyam a korábbi eladási árfolyamot, így még akár nyerhetünk is rajta.

Vond le a tanulságot!

A feladat tanulságai alapján dönts el a következő állításokról, hogy igazak vagy hamisak! Jelöld döntésedet X-szel! (Az esetleges átváltási költségektől most eltekintünk!)

Igaz	Hamis	Állítás
	X	Ha valutát vásárolsz, majd a teljes összeget vissza is váltod az eredeti árfolyamok változatlansága mellett, akkor veszteség nélkül zárod az ügyletet.
	X	Ha valutát adsz el, majd az érte kapott forintot vissza is váltod az eredeti árfolyamok változatlansága mellett, akkor veszteség nélkül zárod az ügyletet.

9. feladat

Szüleid úgy döntenek, hogy 2 millió forint megtakarításukat ezentúl bankszámlán kötik le euróban, ezért euró számlát nyitnak, és elhelyezik rajta pénzüket.

- a) Számold ki a fenti devizaárfolyam táblázat segítségével, hogy hány eurót ír jóvá a bank az elhelyezett 2 millió forint után a bankszámlán! Az egyéb költségektől (pl. átváltási jutalék) eltekintünk. Töltsd ki a mellékelt táblázatot!

Átváltott pénzösszeg (Ft)	2 000 000
Átváltásnál figyelembe vett árfolyam megnevezése (eladási vagy vételi)	eladási árfolyam
Átváltási árfolyam (Ft/euró)	328,54
Számlán elhelyezett összeg (EUR)	$2000000:328,54=6087,54$

- b) Milyen hatással lesz a megtakarításra, ha az euró devizaárfolyama 10 Ft-tal nő?

Mivel a forint gyengült - hiszen egységnyi euróért már 10 Ft-tal többet kellene adni, ha most történne az átváltás -, ezért ez a változás nyereséget jelent a megtakarítás szempontjából. Úgy is vizsgálhatjuk, hogy az a pénznem, amiben tartalékolnak a szülők, erősödött.

- c) Vizsgáljuk meg most egy másik szemszögből a változás hatását! Aki külföldön dolgozik, így euróban kapott jövedelmét bankszámlán tartja, arra milyen hatással lesz az eurónként 10 Ft mértékű devizaárfolyam növekedés?

Mivel az euró erősödött, ha most váltanák át eurójukat forintra, többet kapnának érte, mint az árfolyamnövekedés előtt. Számukra tehát a forint gyengülése (az euró erősödése) kedvező változás.

- d) Hogyan hat ez a változás rád, ha éppen külföldre utazol, így át kell váltanod forintodat euróra? Többet vagy kevesebbet ér megtakarított pénzed most euróban kifejezve?

Mivel egységnyi eurót most drágábban tudsz megvásárolni, összegyűjtött pénzedért kevesebb eurót fogsz kapni, tehát most kevesebbet ér pénzed euróban kifejezve.

Vond le a tanulságot!

Hogyan hatnak a következő változások az emberek deviza, valuta megtakarításaira?

Ösztönzik	Gátolják	Állítás
	X	A forint erősödése várható hosszú távon más valutákkal/devizákkal szemben. (Kevesebb forintot kell adni pl. egy euróért később, ezért most nem vesszük meg drágán az eurót.)
X		A forint gyengülésére lehet számítani a piaci folyamatok alapján más valutákkal/devizákkal szemben. (Több forintba kerül később egy euró, ezért inkább most vesszük meg, és nyereséget könyvelünk el később az árfolyamváltozás miatt.)

Értékpapírok, kötvénybefektetés

A pénzügyi befektetések egyik csoportját az értékpapírbefektetések adják. Az értékpapír tulajdonképpen egy okirat, amely valamilyen jogot biztosít a „papír” tulajdonosának. (Napjainkban az értékpapírokat általában már nem papírra nyomtatják, hanem elektronikusan – dematerializált formában – jelenítik meg.) A két leggyakoribb értékpapír a részvény és a kötvény. A részvény tulajdonjogot fejez ki, a kötvény egy hitelviszonyt megtestesítő értékpapír. Ez azt jelenti, hogy a kötvény kibocsátója hitelhez jutott adott időtartamra attól, aki a kötvényt megvásárolta. A hitel összegét a kibocsátó kamattal együtt fizeti vissza a hitelezőnek. Ezért a többletért érdemes kötvényt vásárolni. Nemcsak a vállalatok bocsáthatnak ki kötvényt, hanem az állam is él ezzel a lehetőséggel, ezt nevezzük államkötvénynek.

A kötvények hozamának számítása során a következő képletet alkalmazzuk:

$$\text{kamat} = \text{névérték} \cdot \text{névleges kamatláb}$$

Nézzünk most erre néhány példát!

10. feladat

Nagymamád segítséget kér tőled 1 millió forintos megtakarítása befektetéséhez. Mivel a legkevésbé kockázatos értékpapírba szeretné fektetni pénzét, az állampapírok mellett dönt. Rákeresel a www.allampapir.hu oldalon a lehetőségeire. Úgy gondolod, megfelelő lenne számára az egyéves, 3%-os kamatozású állampapír, melynek alapcímlete 1 Ft (vagyis ez a legkisebb címlet, melynek többszöröse is megvásárolhatóak).

- a) Számítsd ki, hogy a kamatadó levonása után mennyi kamatot kap nagymamád egy év múlva!

1000000 Ft · 0,03 = 30000 Ft a kamat, és a kamatadó levonása után: 30000 Ft · 0,85 = 25500 Ft-t kap.

- b) Hány százalékos hozammal számolhatna abban az esetben, ha egyéves lejáratú diszkont kincstárjegyet⁸ vásárolna 1 millió forintért?

A megbízás teljesítéskor megtudtad, hogy 105 db diszkont kincstárjegyet tudsz 95,24 %-os diszkont áron megvásárolni 1 000 020 Ft-ért. A papírok lejáratkori névértéke 10 50 000 Ft.

(Úgy döntesz, hogy 20 Ft-tal hozzájárulsz nagymamád megtakarításához és megveszed a kincstárjegyeket.)

⁸A diszkont kincstárjegy névértékénél alacsonyabb, úgynevezett diszkont áron kerül forgalomba, lejáratkor pedig a névértékét, vagyis a 100%-ot fizeti. Hozama a névérték és a vételár közötti különbségből adódik.

Ha 1 000 020 Ft-ért vásárolja meg, és 1 050 000 Ft-ot kap érte, akkor 4,998 százalékos hozammal számolhat, hiszen $1\,050\,000 : 1\,000\,020 = 1,04998$.

De kiszámítható oly módon is, hogy $100 : 95,24 = 1,04998$. Tehát 4,998 százalékos a hozam.

11. feladat

Hallottál már a Babakötvényről⁹?

Ez egy változó kamatozású állampapír, melynek éves kamatlába az előző évi inflációnak (árszínvonal változás mértéke) megfelelő kamatbázisból plusz egy 3%-os kamatprémiumból áll. További előnye, hogy kamatadómentes.

- a) Számítsd ki, mennyit kamatozik egy év alatt az a 42 500 Ft-os induló összeg, amit a szülők most született gyermekük számára Babakötvénybe fektettek. Az előző évi infláció mértéke legyen 2,4% (2017-es adat). (Amennyiben a feladatmegoldás időpontjában az előző éves infláció mértéke szerint kívántok számolni, látogassatok el a www.ksh.hu oldalra.)

$$42500 \text{ Ft} \cdot 0,054 = 2295 \text{ Ft}$$

- b) Vizsgáld meg, mennyivel jár jobban a babakötvénnyel a család! Tekintsük most az összehasonlítás alapjának a 10. feladatban szereplő éves lekötésű állampapírt! Számítsd ki, hogy azonos pénzösszeg (42 500 Ft) befektetése a két megtakarítási forma esetén milyen eredményre vezet!

Töltsd ki a táblázatot!

	Államkötvény	Babakötvény
Kamatláb	3%	3%+2,4%=5,4%
Kamat összege	42500 Ft·0,03=1275 Ft	42500 Ft·0,054=2295 Ft
Kamatadó összege	1275 Ft·0,15=191 Ft	----
Kapott kamat	1275 Ft·0,85=1084 Ft	2295 Ft
Kamatkülönbség	----	2295 Ft-1084 Ft=1211 Ft

⁹ Minden 2005. december 31. után született magyar gyermek számára az állam 42 500 forint életkezdesi támogatást ad, amit egy minimális kamatozású letéti számlán helyeznek el a Magyar Államkincstárban. Ahhoz, hogy ez az induló összeg a gyermek nevére szóló számlára kerüljön, és ott Babakötvényben kamatozzon, egy ún. Start-értékpapírszámlát kell nyitni a Magyar Államkincstárban. (forrás: www.allampapir.hu).

Ez a megtakarítás a szülők válllásának függvényében havi rendszeres megtakarítással kiegészíthető. Mivel csak a gyermek 18. életéve után lehet ezt az összeget kamatokkal növelt értékben felvenni a számláról, ezért hosszú távú befektetésnek minősül, így kamatadómentes. Továbbá az éves befizetések 10%-ának megfelelő, de maximum 6000 forint összegű támogatás is jóváírásra kerül.

c) Vizsgáld meg az alábbi táblázatot!

Babakötvénnyel elérhető összeg a gyermek 18 éves korára			
Nyitóösszeg	42 500 Ft	42 500 Ft	42 500Ft
Szülői befizetés/hó	0 Ft	1000 Ft	5000 Ft
Futamidő	19 év	19 év	19 év
Feltételezett éves hozam (infláció + kamatprémium)	3+3%	3+3%	3+3%
Számlavezetési díj	0 Ft	0 Ft	0 Ft
Lejáratkori összeg	128 500 Ft	574 200 Ft	2 339 000 Ft

forrás: www.allampapir.hu

- Te melyik havi szülői befizetés összegét választanád? Indokold is meg válaszodat!

A család anyagi lehetőségeinek függvényében dönt arról, mekkora megtakarítási összeget tud vállalni havonta. Az azonban egyértelműen látszik a táblázatból, hogy megéri minél nagyobb összegben gondolkodni, bár arányait tekintve az 5-ször akkora havi megtakarítás nem 5-ször akkora lejáratkori összeget jelent. Ez a nyitóösszeggel magyarázható.

- Milyen pénzügyi előnyökkel jár ez a befektetési forma?

A befektetés pénzügyi előnyei más befektetésekkel szemben: kamatprémium (többletkamat), ingyenes számlavezetés, kamatadómentesség.

A betétesek védelme

Napjainkban minden banknak kötelező csatlakoznia az Országos Betétbiztosítási Alaphoz, az OBA-hoz. Az OBA az EU-s szabályokkal összhangban a betétek tőkéje és kamata után legfeljebb 100 000 eurónak megfelelő forintig fizet kártalanítást betétesenként és hitelintézetenként összevontan.

Ez az intézmény fiatal, mindössze 25 év óta biztosít védelmet a betéteseknek. Nézzük meg miért és hogyan született!

1987-ben alakult ki a piaci viszonyokat jobban kiszolgáló kétszintű bankrendszer. Míg a korábbi egyszintű bankrendszerben az OTP volt a lakosság egyedüli bankja, addig az új, kétszintű bankrendszerben sok bank végezhet a lakosság számára banki szolgáltatásokat.

1992-ben történt, hogy a bankokat ellenőrző Állami Bankfelügyelet (ÁBF) felügyeleti biztos rendelt ki három bankhoz. A megriadt betétesek néhány nap alatt milliárdokat vontak ki ezekből a bankokból, és ez súlyosan érintette a bankok működőképességét. Ezt követően a Bankfelügyelet felfüggesztette a három pénzügyi intézet tevékenységét.

Megalakult egy a betéteseket képviselő szervezet, melynek az volt a célja, hogy az esetleges bankmentés során a betétesek érdekeit is vegyék figyelembe. Végül a betétesek megnyugtatósára az állami garanciával fedezett lakossági betéteket 1 millió Ft összeghatárig kifizették.

A hasonló esetek megnyugtató kezelése céljából 1993-ban megszületett az Országos Betétbiztosítási Alapról (OBA) szóló törvény, amely már általános védelmet biztosított az OBA-hoz csatlakozott bankok ügyfelei számára. Az Alap betétesenként 1 millió Ft összeghatárig garanciát vállalt a „befagyott” betétek kifizetésére.

Az OBA a megalakulásától eltelt 25 évben mintegy 180 ezer betétest kártalanított. A kártérítés összeghatára pedig napjainkra 100 000 euróra, azaz körülbelül 30 millió Ft-ra emelkedett.

<https://www.youtube.com/watch?v=tqLZoRei4VU&feature=youtu.be>

További részletek: www.oba.hu

FELADATOK 10. évfolyam

A feladatok elvégzése előtt célszerű a pénz időértékéről és a kamatozási formákról szóló elméleti bevezetőt az első oldalon áttekinteni.

Kamatozási formák

Megtakarításainkat **egyszerű** vagy **kamatos kamatozással** köthetjük le a bankokban. A kétféle kamatozási forma leírása a 9. évfolyam feladatai előtt, a negyedik oldalon található.

1. feladat

16 évesen örököltél 3,7 millió forintot. Ezt a pénzt nem szeretnéd elkölteni, viszont úgy döntesz, hogy a kamatokból megleped majd magad egy motorral a 20. születésnapodon. A motorra maximum 400 000 Ft-ot szánsz. A banki kamatlábak böngészésekor találsz egy éves kamatfizetésű befektetési lehetőséget, kedvezőnek mondható 3,5%-os kamatlábbal. Maximum 4 évad van a lekötésre, hiszen 16 éves vagy. Az a-d) feladatok esetében a kamatadótól eltekintünk.

- a) Számítsd ki, hány éves lekötésre van szükség ahhoz, hogy örökséged kamatösszege lehetővé tegye számodra a motor megvásárlását, ha egyszerű kamatozással és végig évi 3,5%-os kamatláb mellett kötöd le pénzedet! Az egyszerűsítés kedvéért most feltételezzük, hogy a kifizetett kamatokat nem kötöd le egyik évben sem.

Az évenkénti kamatmeghatározás mellett próbálkozhatsz egyenlet felállításával is!

Első megoldás:

Az első éves kamatot úgy számoljuk ki, hogy $3\,700\,000 \text{ Ft} \cdot 0,035 = 129\,500 \text{ Ft}$.

A második évben újra 129 500 Ft, tehát $2 \cdot 129\,500 \text{ Ft} = 259\,000 \text{ Ft}$ a két egyéves kamat.

A harmadik év végére már $3 \cdot 129\,500 \text{ Ft} = 388\,500 \text{ Ft}$ kamatod lesz, de ez még kevés a motorhoz.

A negyedik év végére viszont már 518 000 Ft-od lesz, ami már elég a motorra.

Második megoldás:

Az évek száma legyen n .

$$3\,700\,000 \cdot 0,035 \cdot n \geq 400\,000$$

$$129\,500 \cdot n \geq 400\,000$$

$$n \geq 3,09$$

Tehát 4 éves lekötésre van szükség.

b) Számítsd ki most ugyanezt kamatos kamatozással!

Az első évben $3\,700\,000 \text{ Ft} \cdot 1,035 = 3\,829\,500 \text{ Ft}$ lesz a bankszámlán, amelyből 129 500 Ft a kamat, pontosan úgy, mint az egyszerű kamatozás esetében.

A második évben már a kamattal megnövelt összeg kamatozik tovább, $3\,829\,500 \text{ Ft} \cdot 1,035 = 3\,963\,533 \text{ Ft}$ lesz a számlán, amelyből 263 533 Ft a kamat.

A harmadik évben pedig $3\,963\,533 \text{ Ft} \cdot 1,035 = 4\,102\,257 \text{ Ft}$ lesz a számlán, amelyből 402 257 Ft a kamat, tehát 3 éves lekötés elég.

c) Hasonlítsd össze a két befektetési lehetőséget! Mit tapasztalsz?

Az első évben ugyanannyi a kamat összege, de a második évtől kezdve a kamatos kamat esetén több lesz a kamat.

d) Mi okozza a kettő közötti különbséget?

Egyszerű kamat esetén csak az eredetileg befektetett pénz kamatozik, kamatos kamat esetén pedig a kamat a számlán marad, és így a második évtől kezdve már ennyivel nagyobb összeg kamatozik.

A valóságban a kamatok után általában adót is kell fizetni, mert a kamatot jövedelemnek tekinti az állam. A kamatadó mértéke 2019-ben 15%. A kamatadót éves kamatfizetési gyakoriság esetén az éves kamatkifizetés pillanatában vonják le a kamatból, és kamatos kamatozás esetén csak az adózott kamat adódik hozzá a tőkéhez.

e) Vizsgáld meg, hogy kamatos kamatozás esetében hogyan hat a kamatadó a lekötésre! Töltsd ki a táblázat fehér celláit! Változatlanul a 400 000 Ft elérése a célod. A kapott kamat esetében mindig lefelé, a kamatadó esetén mindig felfelé kerekítsd a kapott értékeket!

Év	Lekötött tőke időszak elején (Ft)	Éves kamat (Ft)	Kamatadó (Ft)	Tőkenövekmény időszak végén (Ft)
1.	3 700 000	129 500	$129\,500 \cdot 0,15 = 19\,425$	110 075
2.	$3\,700\,000 + 110\,075 = 3\,810\,075$	133 352	20 003	113 349
3.	$3\,810\,075 + 113\,349 = 3\,923\,424$	137 319	20 598	116 721
4.	$3\,923\,424 + 116\,721 = 4\,040\,145$	141 405	21 211	120 194
5.	$4\,040\,145 + 120\,194 = 4\,160\,339$	145 611	21 842	123 769
6.	$4\,160\,339 + 123\,769 = 4\,284\,108$			

Ez a 3. év végén (4. év elején) sajnos még csak 340 145 Ft növekmény, viszont kicsit egyszerűbben is megkaphattuk volna. Az éves kamat nem 3,5%, hanem annak 15%-kal csökkentett része, azaz 3,5%-nek a 85%-a. $3,5\% \cdot 0,85 = 2,975\%$. Az éves kamatos kamattal növelt tőke 3 év alatt: $3\,700\,000 \cdot 1,029753 \approx 4\,040\,146$, azaz a tőkenövekmény 340 146 Ft. A negyedik év végén 4 160 339 Ft lesz a számlán, ami már elegendő, mert a tőkenövekmény 460 339 Ft.

Hasonló értéket kapunk, ha hatványozással számolunk, $3\,700\,000 \cdot 1,029754 \approx 4\,160\,341$ Ft.

- f) Fontos tudni, hogy tartós befektetési számlán (TBSZ) 5 éves lekötés esetén már nem kell kamatadót fizetned, ugyanis így ösztönzi az állam a hosszútávú megtakarítást.

Vizsgáld meg most azt, hogy a kamatadómentességgel mennyivel nőne a befektetésed értéke öt éves lekötés esetén! Ehhez először töltsd ki az e) pontban található táblázat zöld celláit, itt ugyanis azt fogod látni, hogy a kamatadó megfizetése esetén mekkora összeg állna rendelkezésedre az 5. évet követően, vagyis a 6. év elején!

Ezt követően számold ki a befektetést kamatadómentesen is 5 évre!

A TBSZ számlán 5 év után $3\,700\,000 \text{ Ft} \cdot 1,0355 = 4\,394\,439$ Ft lesz

Mennyit nyerszazon, ha tartós befektetési számlán kötöd le pénzedet öt évre?

Kamatadófizetéssel 4 284 108 Ft-od lesz a 6. év elején, míg kamatadómentesen 4 394 439 Ft-od. Vagyis 110 331 Ft-tal több kamatot fizet ki számodra a bank.

2. feladat

Szüleid azt tervezik, hogy 5 év múlva, nyugdíjba vonulásuk alkalmából világkörüli útra mennek, amire terveik szerint 5 millió forintot szánnak majd. Jelenleg 4,7 millió forint megtakarításuk van. A segítségedet kérik annak kiszámításában, hogy mekkora összeget kellene lekötniük tartós befektetési számlán a bankban, hogy 5 év eltelte után rendelkezésükre álljon a szükséges 5 millió forint. Bankjuk honlapján az szerepel, hogy ilyen hosszútávú lekötés esetén már akár évi 4%-os kamatot is el lehet érni éves kamatfizetés esetén. Ne feledd, ez a lekötés már kamatadómentességet élvez.

- a) Számítsd ki a befektetéshez szükséges indulótőke összegét! Az eredményt 10 000 Ft-ra kerekítve add meg!

Az indulótőke értéke legyen x .

$$x \cdot 1,04^5 = 5\,000\,000$$

$$x = 4\,109\,635,53$$

Tehát 4 110 000 Ft-ot kell elhelyezni a bankban.

- b) Számítsd ki, mennyi pénzük marad a 4,7 millió forintból a befektetés után!

$$4\,700\,000 \text{ Ft} - 4\,110\,000 \text{ Ft} = 590\,000 \text{ Ft marad a lekötés után.}$$

- c) Szüleid a befektetési döntéssel egy időben szeretnék lecserélni a családi autót is, mert már nagyon öreg. Jelenlegi autókat 700 000 Ft-ért tudjátok eladni.

A befektetést követően megmaradt összeget figyelembe véve mennyi pénzük van összesen az autóra a régi autó értékesítésével együtt?

$$590\,000 \text{ Ft} + 700\,000 \text{ Ft} = 1\,290\,000 \text{ Ft-ért tudnak autót venni.}$$

Nézz utána pénzük vásárlóerejének, vagyis, hogy jelenleg milyen autót (életkor, típus, méret stb.) tudnak megvásárolni ebből az összegből! (www.hasznaltauto.hu)

Az aktuális piaci helyzetet a megjelölt honlapon meg lehet találni.

Megjegyzés: Érdekes rövid időt szánni arra, hogy tudatosítsuk a tanulóknál a pénz vásárlóerejének változását, illetve az ingóság értékének csökkenését a használatból eredő állagromlás, kopás stb. miatt.

- d) Véleményed szerint, ha megtakarításuk egy részét egy autó megvásárlására fordítják, az jó „befektetésnek” számít?

Az autó magáncélú használat esetén nem számít „befektetésnek” hiszen a legtöbb esetben nem származik belőle anyagi előnyünk (kivéve, ha pl. egy négytagú család a tömegközlekedési bérletet váltja ki vele, és ezáltal sikerül jelentős havi megtakarításra szert tenniük). Az autó sokféle kockázati tényezőnek van kitéve, pl. karambol, meghibásodás, kopás stb., így nem tekinthető értékállóknak, tehát befektetésnek általában nem alkalmas.

3. feladat

Nagypapádtól évente kétszer, júniusban (a születésnapodon) és karácsonykor 50-50 ezer Ft-ot kapsz ajándékba. Szüleid felhívták a figyelmedet arra, hogy ha jól fekteted be a pénzed, és kellően korán kezdesz takarékoskodni, akkor szép összeget gyűjthetsz össze önálló életed elkezdéséhez. Úgy döntesz, hogy a kapott összeg 80%-át minden alkalommal lekötöd, és csak 20%-ot költesz el azokra a dolgokra, amikre feltétlenül szükséged van.

- a) Számítsd ki mennyi pénzed gyűlik össze így az első 2 évben, ha a kamatadóval korrigált kamatláb ¹⁰ évi 4%, félévenkénti kamatjováírással, kamatos kamatozással kötöd le a pénzed!

Kamatfizetés gyakorisága (félév)	Lekötött tőke időszak elején (Ft)	Kamat összege (Ft)	Elért összeg időszak végén (Ft)
1.	40 000	800	40 800
2.	80 800	1616	82 416
3.	122 416	2448	124 864
4.	164 864	3297	168 161

- b) Mennyi lesz a kamatadóval korrigált kamat összege a 2 év alatt?

A kamat összege a táblázat szerint 8161Ft.

Hiszen: $168\,161\text{Ft} - 4 \cdot 40\,000\text{ Ft}$

¹⁰Ne feledd: a kamatláb mindig egy évre vonatkozik! A féléves kamatláb tehát az éves kamatláb fele lesz. A bank így számol, nem gyököt von az éves kamatlábból. A kamatadóval korrigált kamatláb pedig már a 15%-os kamatadó levonását követően kifizetett kamatláb mértéke.

- c) Évi két százalékos inflációt feltételezve mennyivel nőtt 2 év alatt a kezdeti 40 000 Ft-os befektetésed reálértéke? (A menetközben hozzá tett összegektől most tekintsünk el, hiszen azok más-más időtartamig, nem a teljes 2 évre lettek lekötve.)

Míg a névleges vagy nominál érték a pénzünk szám szerinti értékét jelenti, addig a reálérték az infláció figyelembevételével megmutatja a nominál értékért kapható áruk halmazát, vagyis a pénz vásárlóértékét. Minél nagyobb az infláció, vagyis az árszínvonal növekedése, annál kisebb lesz ugyanannak a pénzösszegnek a reálértéke. Vagy más oldalról közelítve: pénzünk reálértéke csak akkor fog nőni, vagyis akkor tudunk több árut vásárolni belőle, ha a befektetés hozama meghaladja az inflációt.

A kamatos kamat miatti értéknövekedés: $1,02 \cdot 1,02 \cdot 1,02 \cdot 1,02 = 1,02^4 = 1,0824$

Az infláció mértéke két év alatt:

2% az első évben (az előző évhez viszonyítva), majd a második évben az előző évet 100%-nak tekintve újabb 2%. A számítás tehát: $1,02 \cdot 1,02 = 1,0404$

A reálérték változása:

$1,0824/1,0404=1,04037$, tehát 4,037%-kal nőtt két év alatt.

- d) Az első évben megszerzett kamat hány százalékos egyszerű kamatozású kamatlábnak felelt volna meg?

Az első évben megszerzett kamat 2 416 Ft volt.

Az egyszerű kamatozás miatt $40\,000 \text{ Ft} \cdot \frac{r}{2} + 80\,000 \text{ Ft} \cdot \frac{r}{2} = 2416 \text{ Ft}$.

Ebből $r=0,4027$

vagyis 4,027%-os kamatlábnak felelt volna meg.

4. feladat

A napokban olvastad az egyik közösségi portálon, hogy a jövő évben a legismertebb hazai zenei fesztivál sztárvendége az a zenekar, amelyiknek te is rajongója vagy. Megbeszéled a barátaiddal, hogy ellátogattok erre a fellépésre. Megkéred szüleidet, hogy finanszírozzák a programodat, akik felajánlják a megtakarított pénzük lekötéséből származó kamatot erre a célra. A jegy 15 000 Ft-ba kerül, a szüleid megtakarítása 1 millió forint. Rád bízzák, hogy keresd meg azt a befektetési lehetőséget, amellyel 1 év alatt meg tudod szerezni a szükséges összeget.

Számítsd ki, hogy évi hány százalékos kamatozású banki befektetést kell keresned ahhoz, hogy részese lehess az eseménynek éves és féléves kamatfizetési gyakoriság esetén! Végezd el a számítást a kamatadó figyelembevételével, és a nélkül is!

Éves kamatfizetési gyakoriság esetén $1\,000\,000 \text{ Ft} \cdot r = 15\,000 \text{ Ft}$. Amiből $r = 1,5\%$.

Ha a **kamatadóval** is számolunk, akkor $1\,000\,000 \text{ Ft} \cdot r \cdot 0,85 = 15\,000 \text{ Ft}$. Amiből $r = 1,765\%$.

Tehát éves kamatjávírás esetén 1,765%-os éves kamatláb elegendő ahhoz, hogy a szükséges 15 000 Ft-ot a kamatadó levonását követően megkaphasd.

Féléves kamatfizetési gyakoriság esetén $1\,000\,000 \text{ Ft} \cdot (1 + r)^2 = 1\,015\,000 \text{ Ft}$

$$(1 + r)^2 = 1,015$$

$$(1 + r) = 1,0075$$

Féléves kamatfizetési gyakoriság esetén a félévre jutó kamatláb 0,75% kell, hogy legyen, viszont a kamatlábat mindig egy évre vonatkozóan adjuk meg, tehát $0,75 \cdot 2 = 1,5\%$ -os kamatozással már elérhető a 15 000 Ft-os kamatösszeg.

Ha a **kamatadóval** is számolunk, akkor $1\,000\,000 \text{ Ft} \cdot (1 + 0,85r)^2 = 1\,000\,000 \text{ Ft} + 15\,000 \text{ Ft}$. Ekkor $r = 0,8791\%$, vagyis évi $0,8791 \cdot 2 \approx 1,758\%$ -os kamatlábú bankbetét már lehetővé teszi a koncerten való részvételt a kamatadó megfizetését követően.

5. feladat

Lássuk, mi történik akkor, ha nem azonos kamatfizetési gyakorisággal és kamatozási formával kínálják a bankok a befektetési lehetőségeket! Most melyik esetben járnál a legjobban?

Számítsd ki, mennyit ér 3 év múlva egy 1 millió forintos befektetés, ha a kamatadóval korrigált banki kamatláb évi 4%!

- a) féléves kamatfizetéssel, egyszerű kamatozással
- b) féléves kamatfizetéssel, kamatos kamatozással
- c) negyedéves kamatfizetéssel, egyszerű kamatozással
- d) negyedéves kamatfizetéssel, kamatos kamatozással

	a)	b)	c)	d)
Kamatfizetés gyakorisága	félév	félév	negyedév	negyedév
Lekötés időtartama	3 év	3 év	3 év	3 év
Kamatfizetések száma a lekötési időszak alatt	6	6	12	12
Kamatfizetési időszakra jutó, kamatadóval korrigált kamatláb mértéke	2%	2%	1%	1%

Számítás képlete	$T \cdot (1 + n \cdot r) == 1000000 \cdot (1 + 6 \cdot 0,02)$	$T \cdot (1 + r)^n = 1000000 \cdot 1,02^6$	$T \cdot (1 + n \cdot r) == 1000000 \cdot (1 + 12 \cdot 0,01)$	$T \cdot (1 + r)^n = 1000000 \cdot 1,01^{12}$
Számítás eredménye (Ft)	1 120 000	1 126 162	1 120 000	1 126 825
Eredmények csökkenő sorrendje	3.	2.	3.	1.

Vond le a tanulságot!

Fogalmazd meg a tapasztalatokat a kamatfizetés gyakorisága és a kamatozási forma összefüggéséről! Írj 3 igaz állítást a fenti táblázat adataiból levont következtetéseid alapján!

1. Egyszerű kamatozás esetén nem számít a kamatfizetés gyakorisága, az éves kamat mértéke mindig azonos.
2. Kamatos kamatozás esetén azonos éves kamatláb mellett, rövidebb kamatfizetési időszakokkal többet kamatozik a pénzünk.
3. Kamatos kamatozás esetén minél sűrűbbek a kamatjávírások, vagyis minél rövidebb a kamatfizetés időszaka, annál nagyobb lesz a kamatos kamat összege, hiszen annál többször tőkésedik a kamat. (Annál sűrűbben kerül a kamat a tőkéhez jóváírásra, így már ezzel együtt indul el a következő kamatozási időszak.)

Ahogy a feladat is mutatja, a bankok befektetési kínálata végtelenül gazdag. Nehéz a különböző kamatozású, eltérő kamatfizetési gyakoriságú befektetési termékek összehasonlítása. Az EBKM, vagy teljes nevén az egységesített betéti kamatláb mutató egy olyan, a bankok által kötelezően kiszámítandó mutató, amely összehasonlíthatóvá teszi a különböző pénzügyintézetek kamat vagy más hozamígéreteit. Az egységesített betéti kamatlábat minden banknak azonos módon, egy évre kell kiszámítania, hogy az összehasonlíthatóság biztosított legyen. A számítás módját jogszabály határozza meg.

6. feladat

A szüleid pénzt tesznek neked félre, de csak akkor kapod meg, ha meg tudod fejteni a következő feladványukat (a kamatadótól mindkét feladatrésznél eltekintünk):

- a) „1 000 000 Ft-ot kötöttünk le neked. Két év múlva 91 800 Ft kamatot kapsz, ha megmondod, hogy mennyi lenne a kamatláb évente. Az első évben kétszer annyi kamatot fizet a bank, mint a második évben és a megtakarítás egyszerű kamatozása.”

Ha az első évben kétszer annyi a kamat, mint a második évben, akkor az összes kamat $2x + x = 91\,800$ Ft, tehát $x = 30\,600$ Ft, $2x = 61\,200$ Ft. Vagyis az első évben 61 200 Ft a kamat, a második évben pedig 30 600 Ft.

A kamatláb ez alapján az első évben $(61\,200 : 1\,000\,000) \cdot 100 = 6,12\%$, a második évben pedig 3,06%.

- b) „Most számold ki a kamatlábat kamatos kamat esetén!”

$$1\,000\,000 \cdot (1 + 2r)(1 + r) = 1\,091\,800$$

$$(1 + 2r)(1 + r) = 1,0918$$

$$2r^2 + 3r - 0,0918 = 0, \text{ amiből } r_1 = 0,03 \text{ és } r_2 = -1,53, \text{ amely nem megoldás.}$$

Tehát az első évben 6%-os volt a kamat, a másodikban 3%-os.

A betétek lekötési ideje	A betéti összeg lekötési módja	A betétek kamatozása
Látra szóló betét: A pénzt bármikor be lehet tenni, és fel lehet venni, de a bank alacsony kamatot fizet rá. Határidős betét: A bank csak bizonyos lekötési idő után fizet kamatot. A kamat magasabb, de ha a befektető mégis a lejárat előtt veszi fel a pénzt, akkor kamatvesztés éri.	Egyszeri lekötés: A lekötési idő végén a befektetett összeg nem kamatozik tovább. Folyamatos lekötés: A lekötési idő végén a bank a befektetett összeget automatikusan ugyanarra az időtartamra újra leköti („rulírozó” betét).	Egyszerű kamatozású: A kamat összegét nem adják hozzá a betéthez (= nem tőkésítik). Kamatos kamat: Ismétlődő lekötésnél a kamattal növelt összeg kamatozik tovább (= a kamatot tőkésítik). Fix vagy változó kamat: A kamat mértéke a lekötés időtartama alatt fix esetén nem változik, míg változó kamatnál emelkedhet vagy csökkenhet. Sávós kamatozás: A lekötött összegben belüli különböző sávokban különböző a kamat mértéke. Lépcsős kamatozás: A betét (lekötés) idejétől és a betét összegétől függ a kamat.

Valuta és deviza befektetések

Az előző feladatok során megismerkedhettél azzal, hogy banki lekötés esetén, hogyan számol a bank. Megtakarításodat azonban valuta vagy deviza vásárlására is fordíthatod, hiszen így is szert tehetsz haszonra. Bizonyára tudod, hogy a külföldi fizetőeszközök forintárfolyama folyamatosan változik. Azok, akik valutába¹¹ vagy devizába¹² fektetik pénzüket éppen erre a változásra számítanak, vagyis arra spekulálnak, hogy a forint gyengül, tehát egy egységnyi külföldi fizetőeszközért (pl. 1 dollár) a jövőben több forintot kell adni. Így, ha dollárt vásároltak korábban, visszaváltva azért több forintot kapnak, mint amennyiért eredetileg vették a dollárt. Természetesen fordítva is lehet. Ha arra számítanak, hogy a forint erősödni fog, akkor érdemes lehet mihamarabb forintra váltani pénzüket.

A valuta, deviza átváltásakor figyelembe vett árfolyamokra vonatkozóan jegyezd meg, és alkalmazd az alábbi táblázatba foglalt szabályt!

Tranzakció	Alkalmazott árfolyam	Szabály
Ha a bank valutát/devizát ad el	Eladási árfolyam	Szabály: mindig a bank/pénzváltó szempontjából kell vizsgálni, hogy eladásról vagy vételről van-e szó.
Ha a bank valutát/devizát vesz	Vételi árfolyam	

7. feladat

Tételezzük fel, hogy szüleid a fenti 4,11 millió forintot dollárba fektetik, és bankszámlán helyezik el 5 évre lekötve. A lekötött dollár éves kamata 1,7%, éves kamatfizetési gyakoriság és kamatos kamatozás esetén.

- a) Az alábbi táblázat első sora a dollár forintárfolyamát (HUF/USD¹³) mutatja. Írd a pontozott vonalra, hogy valuta vagy deviza árfolyamokra vonatkozik-e a táblázat, ha bankszámlán helyezük el a külföldi fizetőeszközt!

¹¹valuta: külföldi fizetőeszköz készpénz formájában (pl. euró bankjegy, érme)

¹²deviza: külföldi fizetőeszköz számlapénz formájában (pl. euró a bankszámlán)

¹³1 dollár átváltási árfolyama forintban kifejezve. USD (United States Dollar) az amerikai dollár nemzetközi betűkódja, HUF (Hungarian Forint), a magyar forint nemzetközi betűkódja). Ha pl. 285 HUF/USD az árfolyam az azt jelenti, hogy egységnyi dollárért 285 forintot kell adnunk.

Deviza árfolyamok

		Vételi árfolyam	Eladási árfolyam
 USD	Amerikai Dollár (USD) 	280.6700	286.3400
 GBP	Angol Font (GBP) 	365.7100	373.1000
 AUD	Ausztrál Dollár (AUD) 	198.2100	202.2100
 BGN	Bolgár Leva (BGN) 	164.6500	167.9800
 CZK	Cseh Korona (CZK) 	12.5000	12.7600
 DKK	Dán Korona (DKK) 	43.1700	44.0400
 EUR	Euro (EUR) 	322.0400	328.5400
 HRK	Horvát Kuna (HRK) 	43.3900	44.2600
 JPY	Japán Yen (JPY) 	2.4761	2.5261
 CAD	Kanadai Dollár (CAD) 	215.9200	220.2900
 PLN	Lengyel Zloty (PLN) 	74.7700	76.2800
 NOK	Norvég Korona (NOK) 	33.8700	34.5500
 RUB	Orosz Rubel (RUB) 	4.2000	4.2800
 RON	Román Lej (RON) 	69.0000	70.3900
 CHF	Svájci Frank (CHF) 	282.6400	288.3500
 SEK	Svéd Korona (SEK) 	30.8400	31.4600
 RSD	Szerb Dinár (RSD) 	2.7100	2.7700
 TRY	Török Lira (TRY) 	45.6600	46.5800

- b) Határozd meg, hogy vételi vagy eladási árfolyamot kell-e figyelembe venni a forint dollárra történő átváltása során! Húzd alá a megfelelőt!

vételi árfolyamot / eladási árfolyamot

Megjegyzés: a bank szemszögéből jegyzik az árfolyamot, aki eladja nekünk a devizát azzal, hogy átváltja forintunkat.

- c) Számítsd ki, hány USD-t kapsz az előző feladatrészen kiszámolt indulótőkéért! Kerekítsd egészen a lekötésre kerülő USD összegét!

Indulótőke (HUF)	HUF/USD árfolyam	Lekötésre kerülő USD összege
4 110 000	286,34	14 353

$4\,110\,000 : 286,34 = 14\,353,57$ (Most lefele fogunk kerekíteni, hiszen a bank nem ad több dollárt nekünk, mint amennyi a beváltott forintösszegeből kijön. A lekötés összege tehát 14 353 USD.)

- d) Végezd el a szükséges számítást dollárbefektetésed jövőbeni értékének meghatározásához! Töltsd ki a táblázatot! Minden értéket kerekíts a nála kisebb vagy egyenlő egészre. (A szám egészrésze, a számnál nem nagyobb, azaz nála kisebb vagy egyenlő egész számok közül a legnagyobb, jele a matematikában [x].)

$$14\,353 \cdot 1,017 = 14\,597$$

$$14\,597 \cdot 1,017 = 14\,845$$

$$14\,845 \cdot 1,017 = 15\,097$$

$$15\,097 \cdot 1,017 = 15\,353$$

$$15\,353 \cdot 1,017 = 15\,614$$

Évek száma	Lekötött tőke időszak elején (USD)	Kamat összege (USD)	Időszakvégi eredmény (USD)
1.	14 353	244	14 597
2.	14 597	248	14 845
3.	14 845	252	15 097
4.	15 097	256	15 353
5.	15 353	261	15 614

e) Írd fel az ötéves lekötés képletét, határozd meg a lekötés végeredményét táblázat nélkül is!

$$14\,353\$ \cdot 1,017^5 \approx 15\,615\$$$

Az évenkénti kerekítések miatt lehet némi eltérés.

f) Milyen vételi árfolyam mellett lesz a devizabefektetés értéke 5 000 000 Ft?

Tehát meg kell vizsgálni, hogy a 15 615 USD hány forintos árfolyam (HUF/USD) mellett tesz ki 5 millió forintot.

$5\,000\,000 : 15\,615 = 320,2 \text{ HUF/USD}$. Vagyis, ha 1 dollár 320,2 Ft-ba kerül, tehát ha ennyi lenne a bank deviza vételi árfolyama a befektetés végén.

Vond le a tanulságot!**Húzd alá a helyes választ!**

- A devizamegtakarítások jövőbeli értékét
 - az adott devizalekötés kamatlába
 - a vételi és eladási árfolyam
 - a deviza árfolyamváltozása
 - mindhárom befolyásolja
- Aki devizában takarít meg, az a forint **gyengülésére**/erősödésére számít.

Egészítsd ki az alábbi állításokat úgy, hogy igazak legyenek!

Ha a feladatban az USD vételi árfolyama legalább **320,2Ft**, akkor devizába érdemesebb fektetni a szülőknek a pénzüket. (Azért a vételi árfolyammal számolunk, mert a bank, ha kivesszük forintra váltott deviza megtakarításunkat, akkor ő megveszi tőlünk a devizát, vagyis vételi árfolyamon számol.)

Ha az USD árfolyam 300 Ft-ra csökken, akkor a jövedelmezőbb befektetési forma a **forintlekötés** lesz.

8. feladat

A banki ajánlatok között szerepelhet olyan befektetési lehetőség is, ami sávosan eltérő mértékű kamatlábat fizet lekötésed után. Lássunk most erre egy példát!

Tételezzük fel, hogy nagypapád a továbbtanulásodra gyűjtött már neked 812 000 Ft-ot. Mivel még három évad van a főiskoláig, szeretné ezt lekötni. Bevon téged a döntésbe, hiszen a te jövődről van szó. Több ajánlatot is megnéztek a bankban, melyek közül kettő között vacilláltok.

	„A” lehetőség	„B” lehetőség
Kamatozás	kamatos kamatozású, félévenkénti kamatjövőírással, 3,5%-os lekötés	egyszerű kamatozású, éves kamatjövőírással
Kamatláb	3,5%	sávós: 2500 USD-ig: 2,2%

		felette lévő összegre: 2,4%
Valutanem	forint	dollár
Árfolyamváltozás (feltételezés)	-	mind az eladási, mind pedig a vételi árfolyam 6 Ft-tal nő a 3 év alatt

Jelenlegi vételi árfolyam 274 HUF/USD, eladási árfolyam 280 HUF/USD

- a) Számítsd ki, mekkorára nő a megtakarítás összege a 3 év alatt, ha az „A” lehetőséget választod! (A táblázatban megadott kamatlábak kamatadóval korrigáltak.)

A féléves kamatfizetési gyakoriság miatt a kamatláb $3,5/2=1,75\%$, és 6 kamatfizetés van.

Tehát $812\,000 \text{ Ft} \cdot 1,0175^6 = 901\,078,3 \text{ Ft-ra}$ nő a megtakarítás összege.

- b) Mekkora összeget vehetsz ki a bankból 3 év múlva, ha a „B” lehetőséget választod?

$812\,000 : 280 = 2900$, tehát 2900 dollárt kapnánk 812 000 Ft-ért.

Az éves kamat $2500\$ \cdot 0,022 + 400\$ \cdot 0,024 = 64,6\$$, amely által 3 év alatt $2900\$ + 3 \cdot 64,6\$ = 3093,8 \$$ -ra duzzad a számla.

A vételi árfolyam 6 Ft-tal nő, tehát 280 Ft lesz, vagyis $3093,8 \cdot 280 = 866\,264 \text{ Ft-ra}$ nő a pénzünk.

- c) Milyen döntést hoztok végül?

Az „A” lehetőséget választjuk.

- d) Mondj egy olyan esetet, amikor a másik lehetőség lett volna kedvezőbb!

Ha a dollár vételi árfolyama jelentősen magasabb lett volna. Például 292 Ft-os vételi árfolyam mellett már az USD alapú befektetés a jobb, mert $3093,8 \cdot 292 = 903\,389,6 \text{ Ft}$.

Értékpapír befektetések

A két legismertebb értékpapír a kötvény és a részvény.

A **kötvény** hitelviszonyt megtestesítő értékpapír. Ez azt jelenti, hogy a kötvény kibocsátója a kötvényen feltüntetett névértéknek megfelelő összegű „hitelhez jut” adott időtartamra attól, aki a kötvényt megvásárolja, cserébe azért a kamatért, ami a kötvényen fel van tüntetve. Kötvényt vásárolni ezért a kamatjövedelemért érdemes. Nemcsak a vállalatok bocsáthatnak ki kötvényt, hanem az állam is él ezzel a lehetőséggel, ezt nevezzük államkötvénynek.

A **részvény** tulajdonjogot megtestesítő értékpapír. Részvényeket a vállalatok azért bocsátanak ki, hogy céljaik megvalósításához tőkét szerezzenek. Aki részvényt vásárol, résztulajdonosává válik a részvényt kibocsátó vállalkozásnak, így szavazati joga és osztalék joga is lesz. Ha a vállalat jól működik és nyereséget termel, akkor a részvény tulajdonosa osztalékot (a vállalat nyereségéből való részesedést) kap és részvényét mások is szívesen megvásárolják. A részvény aktuális értékét a részvényárfolyam fejezi ki, ezen az áron lehet a piacon megvenni, vagy értékesíteni. Aki olcsóbban vásárolta meg a részvényt, mint amennyiért eladja, árfolyamnyereségre tesz szert. A részvényhez tehát kétféle jövedelem: az osztalék és az árfolyamnyereség is kapcsolódhat.

Néhány kötvénybefektetés a 9. évfolyam feladatai között található, itt a részvénybefektetésekkel lehet megismerkedni.

9. feladat

Ismerkedj meg a részvények nyújtotta lehetőségekkel a következő feladatban!

Az alábbi ábrák 2 blue chip¹⁴ részvény elmúlt 5 éves árfolyamváltozását mutatják 2013 és 2018 között. (Forrás: www.bet.hu: Budapesti Értéktőzsde honlapja)

¹⁴A blue-chip a legnagyobb forgalmú, legkönnyebben eladható és legnagyobb piaci értékkel bíró vállalatok részvényeinek elnevezése. A Budapesti Értéktőzsde blue-chip részvényei például az OTP, MOL, RICHTER, MTELEKOM. A „blue” azaz „kék” jelző a póker játék legértékesebb zsetonjára utal.

10. évfolyam



a) Milyen változások következtek be 2013 és 2018 között az OTP és a Magyar Telekom részvényeinek árfolyamában?

Folyamatosan ingadoztak. (A tőzsdén az árfolyamok nemcsak napi szinten, hanem percenként is változhatnak.)

b) Mint befektetési lehetőség, a fentiek alapján hosszú- vagy rövidtávra ajánlanád a részvényeket?

Hosszú távra, mert úgy kiszámíthatóbb. A változás hosszú távon a növekedés irányába mutat.

c) Olvasd le az ábráról a részvények alábbi adatait!

Részvény	OTP	Magyar Telekom
grafikon szerinti nyitóárfolyam	Kb. 4200 Ft	Kb. 295 Ft
grafikon szerinti záróárfolyam	9835 Ft	396,5 Ft
árfolyamváltozás iránya	Növekedett	Növekedett
árfolyamváltozás mértéke	+ 4635 Ft	+ 101,5 Ft

d) Számítsd ki, mekkora kamatlábnak felel meg ez az 5 évre vonatkozó árfolyamváltozás, kamatos kamatozást feltételezve!

$$\text{OTP: } 4200 \cdot (1 + r)^5 = 9835$$

$$(1 + r)^5 = 2,342$$

$$(1 + r) = 1,1855, \text{ amiből } r=18,55\%. \text{ (Ez éves kamatlábat jelent.)}$$

$$\text{Magyar Telekom: } 295 \cdot (1 + r)^5 = 396,5$$

$$(1 + r)^5 = 1,344$$

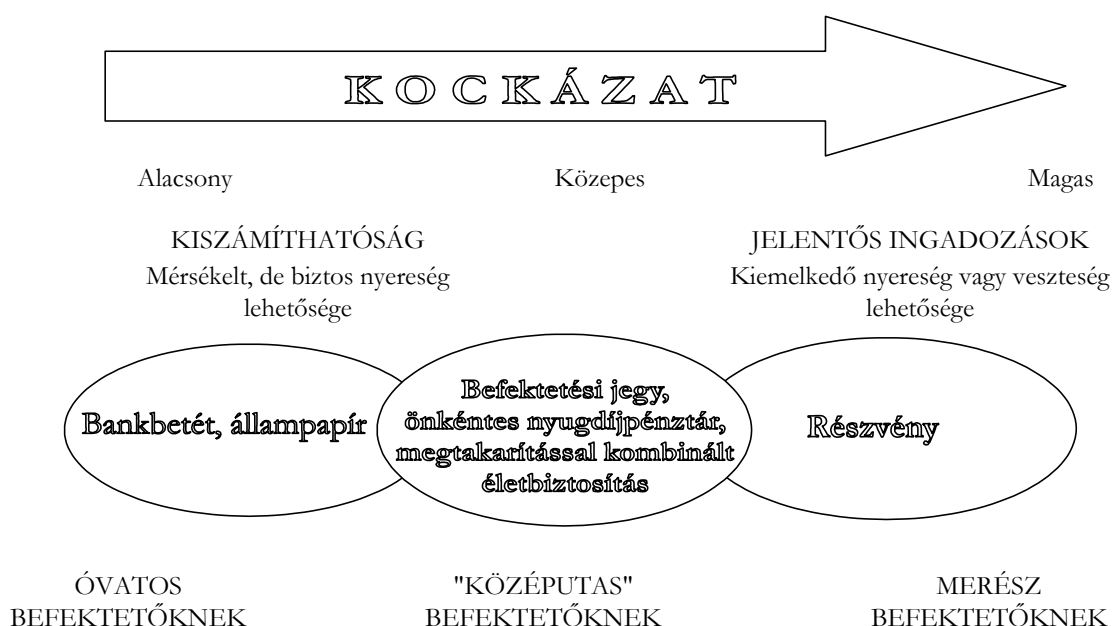
$$(1 + r) = 1,061, \text{ amiből } r=6,1\% \text{ (Ez éves kamatlábat, hozamot jelent.)}$$

e) Keress az árfolyamok alakulását bemutató grafikonon olyan időszakot, amikor a befektetők negatív hozamot érhettek el!

Számos ilyen időszakot találhatunk mindkét ábrán.

Mindkét vállalat esetében megfigyelhető például 2018. augusztusában az árfolyamcsökkenés a 2018. áprilisi árfolyamhoz képest.

f) Vizsgáld meg az alábbi ábrát!



Véleményed szerint mi indokolja a részvények magas hozamát?

A részvénytársaságok teljesítménye és a magas kockázati szint. Általában igaz, hogy a biztonságos befektetések alacsonyabb hozamúak, a kockázatos befektetések pedig magasabb felárúak. A kockázatnak tehát megvan a magasabb hozamfelára.

Vond le a tanulságot!

A feladat tanulságai alapján dönts el a következő állításokról, hogy igazak, vagy hamisak! Jelöld döntésedet X-szel!

Igaz	Hamis	Állítás
	X	A részvény egy alacsony kockázattal járó értékpapír.
X		A részvényes a vállalat rész tulajdonosává válik, részesedik annak nyereségéből.
X		A részvény árfolyamának ingadozása nagy, egyik napról a másikra jelentős, (akár 5-10%-os) változások is történhetnek az értékpapír piaci árában.

10. feladat

Megvásároltál 100 db részvényt, darabját 3500 Ft-os árfolyamon. A részvénytársaság közgyűlése úgy dönt, hogy ebben az évben az egy részvényre jutó adózott eredmény (nyereség) 40%-át kifizetik osztalék formájában a részvények tulajdonosainak, 60%-át pedig visszaforgatják a vállalkozásba, tehát terjeszkedésre, növekedésre fordítják. Az egy részvényre jutó adózott eredmény 600 Ft.

a) Számítsd ki, mekkora osztalékot fizetnek ki a részvényeid után!

600 Ft · 0,4 = 240 Ft, ennyi lesz az egy részvényre jutó kifizetett osztalék összege, 100 db-ra tehát összesen 24 000 Ft.

b) Mekkora éves kamatlábbal egyenértékű ez a hozam, ha a részvénybe fél éve fektetted be pénzed, tehát féléves befektetésed eredménye ez a részvényenkénti 240 Ft?

$240:3500=0,0686$, ez a fél évre jutó hozam, vagyis éves szinten 0,1372, azaz 13,72%-os kamatlábbal bíró befektetésekkel lesz ez egyenértékű. Az osztalékot vizsgálva ez a részvény jó befektetésnek tekinthető.

Mit tehetünk a biztonságos befektetésekért? - BEVA

Sok ember van, aki több vagy kevesebb megtakarítását nem otthon tartja, nem is a bankban szeretné kamatoztatni, hanem kockázatosabb, de ugyanakkor magasabb hozamot ígérő befektetést választ, értékpapírokat, például kötvényeket, részvényeket vásárolna. Mivel a kisbefektetők többségének nincs módja arra, hogy folyamatosan, a szükséges mélységgel kövesse nyomon a tőzsdei híreket, a tőkepiacok alakulását, ezért az ilyen befektetésekre szerződést kötnek egy olyan vállalkozással, amely az ilyen megtakarítások kezelésére, befektetésére jött létre. Ezeket a vállalkozásokat nevezzük **befektetési szolgáltatóknak**.

A befektetésre szánt megtakarítását természetesen mindenki szeretné biztonságban tudni. Ezért minden befektető fő szabályként maga is sokat tehet azzal, hogy nem egyetlen értékpapírba fekteti az összes pénzét, és nem egyetlen befektetési szolgáltatóval köt minden szerződést. A kockázatok ilyen megosztását **diverzifikációnak** nevezik a pénzügyi szakemberek.

Azonban a pénzügyi szolgáltatók is vállalatok, működésük, tevékenységük nem kockázatmentes. Még a gondos, odafigyelő gazdálkodás mellett is előfordulhat, hogy egy befektetési szolgáltató fizetéseképtelenné válik, csődbe jut, és nem tudja visszaadni az ügyfelek pénzért. Ez a kockázat nagyon sokakat visszatartana attól, hogy megtakarításukat a befektetési szolgáltatókra bízzák.

Ezért született olyan szabály, hogy a befektetési szolgáltatók – akiknek a működéséhez a Magyar Nemzeti Bank ad engedélyt, és tevékenységüket folyamatosan ellenőrzi – tagjai kell, hogy legyenek az úgynevezett **Befektető-védelmi Alapnak**. Ebbe minden befektetési szolgáltató minden évben befizet egy meghatározott összeget, és ha közülük valamelyik fizetéseképtelenné válik, és az arra jogosult szerv elrendeli a felszámolását, akkor ennek a szolgáltatónak az ügyfeleit az így összegyűlt pénzből fogják

kártalanítani. Tehát **nem** a rossz befektetési döntés esetén jár a kártalanítás, hanem a befektetési szolgáltató fizetési képtelensége esetén.

Persze ez a kártalanítás nem lehet bármekkora, mértéke 100 000 euróig terjed. Ez jelenleg körülbelül 30 000 000 forintnak felel meg. 1 000 000 forintig a károsult befektető visszakapja a teljes összeget, az 1 000 000 forint fölötti résznek pedig a 90 százalékát.

2017-ben a Befektető-védelmi Alap 743 ügyfélt kártalanított valamivel több, mint egymilliárd forint összegben.

https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=NnEg-B-RHcE

https://www.youtube.com/watch?time_continue=2&v=NnEg-B-RHcE

FELADATOK 11. évfolyam

A feladatok elvégzése előtt célszerű a pénz időértékéről és a kamatozási formákról szóló elméleti bevezetőt az első oldalon áttekinteni.

Kamatozási formák

Megtakarításainkat egyszerű vagy kamatos kamatozással köthetjük le a bankokban.

A kétféle kamatozási forma leírása a 9. évfolyam feladatai előtt, a negyedik oldalon található.

1. feladat

Munkába állásod első évében sikerül 1,2 millió forintot megtakarítanod, hiszen szüleidnél laksz, akik azzal támogatnak, hogy rezsire, albérletre nem kell költened. Pénzed befektetésére egy 6 éves futamidejű, kamatos kamatozású konstrukciót választasz tartós befektetési számlán (TBSZ) az egyik bankban, 3 %-os éves kamatlábbal.

A tartós befektetési számlán lévő lekötések, mivel hosszú távra szólnak (minimum 5 évre), mentesülnek a kamatadó fizetési kötelezettség alól.

a) Az alábbi táblázat kitöltése segítségével tekintsd át, hogyan alakul befektetésed értéke évről-évre, **éves** kamatfizetési gyakoriság esetén! A kamatlábat „ r ” jelöli, amely a százalékos kifejezést figyelembe véve századrészként értelmezhető. A feladatmegoldás során kerekítsd az összegeket mindig egész számra!

Kamatfizetési időszak	Lekötött tőke (Ft)	$1 + r$	Végösszeg (Ft)
1.	1 200 000	1,03	1 236 000
2.	1 236 000	1,03	1 273 080
3.	1 273 080	1,03	1 311 272
4.	1 311 272	1,03	1 350 610
5.	1 350 610	1,03	1 391 128
6.	1 391 128	1,03	1 432 862

b) Most tekintsd át ugyanezt a lehetőséget negyedéves kamatfizetési gyakorisággal!

- Határozd meg a következőket:
 - egy éven belüli kamatfizetések száma: **4**
 - összes kamatfizetés száma 6 év alatt: **24**
 - egy kamatfizetési időszakra jutó kamatláb mértéke: **évi 3% : 4 = 0,75%**

- Töltsd ki a táblázatot az első négy kamatfizetési időszakra vonatkozóan! A feladatmegoldás során kerekítsd az összegeket mindig egész számra!

Kamatfizetési időszak	Lekötött tőke (Ft)	$1 + r$	Végösszeg (Ft)
1.	1 200 000	1,0075	1 209 000
2.	1 209 000	1,0075	1 218 068
3.	1 218 068	1,0075	1 227 204
4.	1 227 204	1,0075	1 236 408

- Számítsd ki befektetésed 6 év múlva esedékes végösszegét!
 - Írd le a számítás elvégzéséhez szükséges alapképletet! Vedd figyelembe, az éves kamatlábat (r) a kamatfizetések éves számával (k) módosítani kell!

$FV = PV \cdot \left(1 + \frac{r}{k}\right)^n$, ahol r/k a kamatfizetési időszakra jutó kamatláb (éves kamatláb osztva az éves kamatfizetések számával, k -val), n pedig a futamidő alatti összes kamatfizetés száma.

- Írd le a számítás elvégzéséhez szükséges képletet az aktuális adatokkal! (Figyelj arra, hogy r százalékban van megadva!)

$$FV = 1\,200\,000 \text{ Ft} \cdot \left(1 + \frac{0,03}{4}\right)^{24}$$

- Írd le a számítás végeredményét!
1 435 696 Ft

c) Hasonlítsd össze az a) és a b) pontok végeredményeit! Számításaid alapján melyik befektetési lehetőséget választanád?

A b) lehetőséget választanám.

Vond le a tanulságot!

Fogalmaz meg egy befektetési tanácsot a feladat alapján! (A kamatláb, a futamidő és a kamatfizetési gyakoriság összefüggésére figyelj!)

Azonos kamatláb és futamidő esetén érdemesebb a nagyobb kamatfizetési gyakoriságú kamatos kamatozású lekötési lehetőséget választani, mert ugyanannyi idő alatt magasabb hozamot eredményez.

2. feladat

Végezz összehasonlítást a kamatfizetés gyakoriságának hozamra gyakorolt hatásával kapcsolatban!

Tételezzük fel, hogy sikerül összegyűjtened 1 millió forintot! Vizsgáld meg, hogy ha évi 4%-os banki kamatláb mellett lekötöd ezt a pénzösszeget, akkor egy év múlva, különböző kamatfizetési gyakoriságok mellett, kamatos kamatozással mikor jársz a legjobban!

a) Töltsd ki a táblázat 3. oszlopát! Tekints el a kamatadótól!

Induló tőke (Ft)	Kamatfizetés gyakorisága	Végösszeg (Ft)	Effektív (tényleges) kamatláb (%)
1 000 000	éves	1 040 000	4
1 000 000	féléves	1 040 400	4,04
1 000 000	negyedéves	1 040 604	4,06
1 000 000	havi	1 040 742	4,07
1 000 000	napi	1 040 808	4,08

b) Most pedig töltsd ki a táblázat 4. oszlopát! Számítsd ki, mekkora lesz az egyes kamatfizetési gyakoriságok mellett az 1 000 000 Ft éves lekötésének tényleges, közgazdasági szakkifejezéssel effektív kamatlába. Másként megfogalmazva: hány százalékos éves kamatlábat eredményeznek az év végén kifizetésre kerülő összeg alapján az egyes lekötési lehetőségek!

Ehhez használd a következő egyszerű képletet:

$$\text{effektív (tényleges) kamatláb} = \left(\frac{\text{végösszeg (FV)}}{\text{lekötött tőke (PV)}} - 1 \right) \cdot 100$$

c) Számítsd ki az effektív kamatlábat a kamatadó figyelembevételével is egy évre, negyedéves kamatfizetés esetén!

Az évi 4%-os kamatláb a 15%-os kamatadót is figyelembe 3,4%, negyedévre pedig 0,85%.

Kamatfizetési időszak <i>negyedéves</i>	Lekötött tőke időszak elején (Ft)	Befektetés eredménye időszak végén (Ft)	Levont kamatadó (Ft)	Befektetés eredménye adófizetés után (Ft)	Effektív kamatláb kamatadó levonása után
1.	1 000 000	1 010 000	1500	1 008 500	$\frac{1\,034\,435}{1\,000\,000} - 1 = 0,0344$, azaz 3,44%
2.	1 008 500	1 018 585	1513	1 017 072	
3.	1 017 072	1 027 243	1526	1 025 717	
4.	1 025 717	1 035 974	1539	1 034 435	

- d) A c) feladatban szereplő nettó 3,44 %-os éves kamatláb és napi kamatfizetés esetén hányadik napon érnénk el az év végére kapott 1 034 435 Ft-os végösszeget? A végeredmény megfogalmazásánál vedd figyelembe, hogy résznap ki fizetés nincs, tehát a napok számát felfelé kerekítsd!

$$1\,034\,435 = 1\,000\,000 \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot 0,0085}{365}\right)^n$$

$$1,034435 = \left(1 + \frac{0,034}{365}\right)^n$$

$$n = \log_{\left(1 + \frac{0,034}{365}\right)} 1,034435$$

$$n \approx 363,5$$

Tehát a 364. napon.

Megjegyzés: A kerekítések nagyon megváltoztathatják a megoldást, például $\log_{1,00009} 1,034 = 371,5$, ami több mint egy év.

Vond le a tanulságot!

Fogalmaz meg egy igaz állítást a kamatfizetési gyakoriságokkal kapcsolatban a feladat alapján!

Adott kamatláb mellett minél gyakrabban tőkésedik pénzünk, tehát minél gyakrabban történik kamatfizetés egy évben, annál nagyobb lesz a befektetésünk által elérhető hozam.

3. feladat

Rajzold be az alábbi koordináta-rendszerbe a következő megtakarítási lehetőségek **hozamfüggvényeit** 4 évre! A feladat megoldása során 100 egységnyi befektetés hozamát vedd figyelembe! A kamatadótól most eltekintünk.

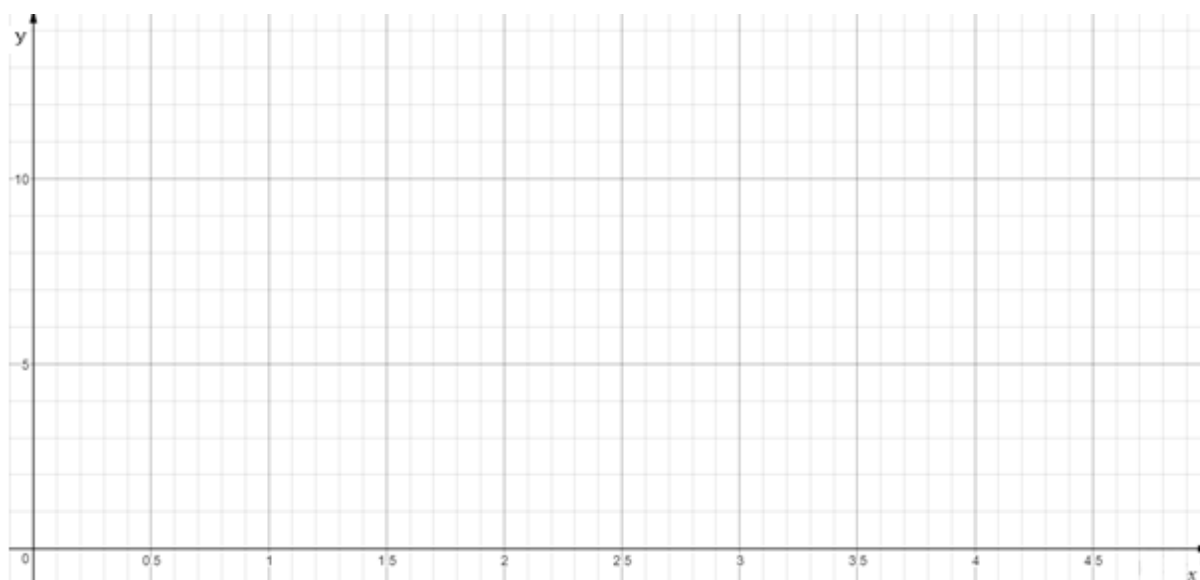
- a) otthon, a széfben tartod megtakarított pénzedet
- b) egyszerű kamatozású, éves kamatfizetésű, évi 3 %-os banki lekötés
- c) kamatos kamatozású, éves kamatfizetésű, évi 3 %-os banki lekötés
- d) kamatos kamatozású, éves kamatfizetésű, évi 2,9 %-os banki lekötés

A szükséges számításokat az alábbi táblázatban végezd el az egyes feladatrészekhez!

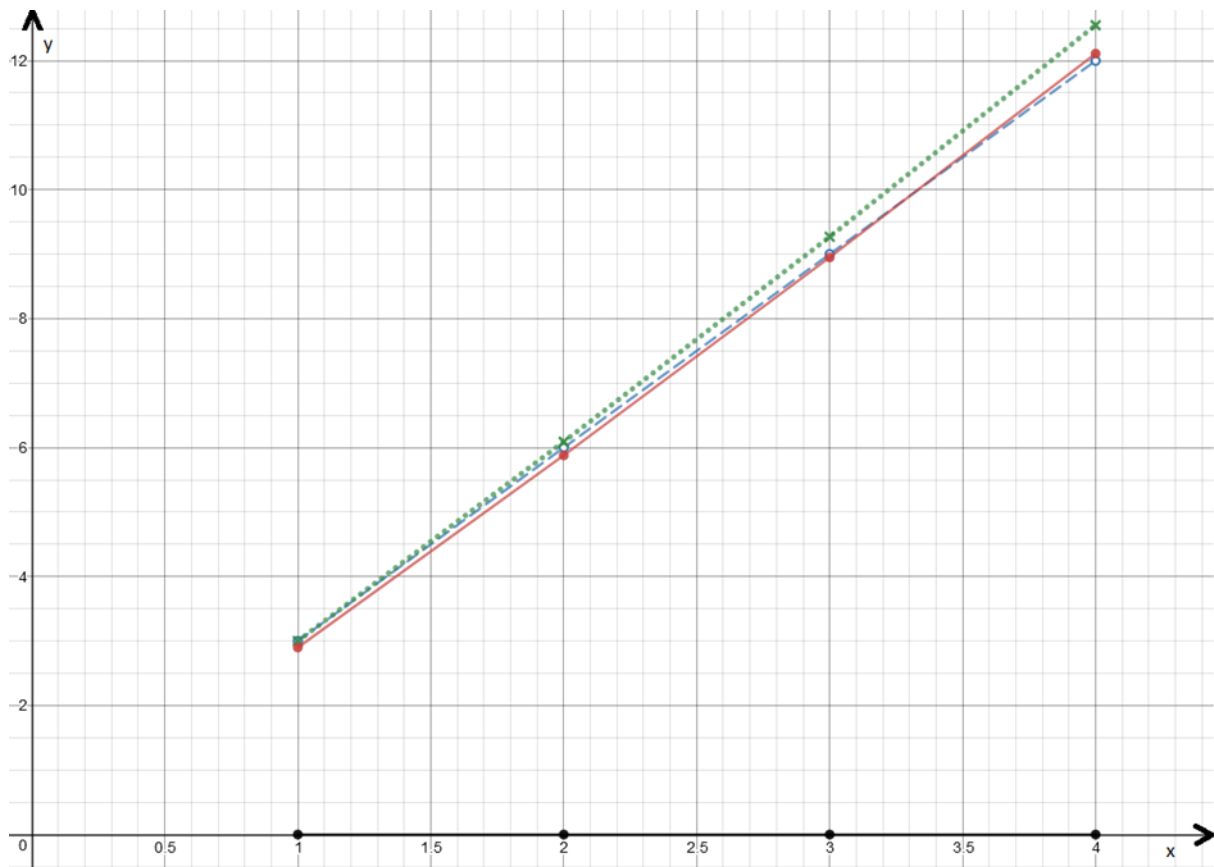
Feladatrész:	Számítás:			
	Első év	Második év	Harmadik év	Negyedik év
a)	0 (Nem lesz kamat)	0 (Nem lesz kamat)	0 (Nem lesz kamat)	0 (Nem lesz kamat)
b)	3	6	9	12
c)	3	6,09	9,27	12,55
d)	2,9	5,88	8,95	12,11

Itt ábrázold a függvényeket!

Az x tengelyen az évek számát, az y tengelyen pedig a hozamokat jelöld!



(A következő linken elérhető függvényábrázoló program segítségével vizsgáld meg a hozamokat hosszabb távon! <https://www.desmos.com/calculator/osdcbu7fpj>)



<https://www.desmos.com/calculator/ta4uxecw24>

A következő linken megvizsgálhatók a görbék:

<https://www.desmos.com/calculator/osdcbu7fpi>

e) Gondold át egy autónyeresemény betétkönyv működését befektetési szempontból!

- Mi tekinthető hozamnak?
- Mekkora hozamot érsz el, ha nem nyersz, és mekkorát, ha nyersz?
- Miből fizethetik a hozamot? (Azaz hogyan működtetik a bankok ezeket a pénzügyi termékeket?)

Ez a befektetési forma a tulajdonosának kifizetendő hozamot nem biztosít, ám a befektetett pénzösszeg nettó hozamából vásárolja meg a betétkönyv kibocsátója a nyereménytárgyakat (jelen esetben az autókat). A hozam tehát itt maga az autónyeresemény lehet. Aki nyer, annak a hozama rendkívüli mértékű lesz a befektetett összeghez képest (ez persze függ az időtávtól és a befektetett pénzösszegtől), aki viszont nem nyer, annak a pénze még a reálértékét sem őrzi meg ezzel a befektetéssel.

4. feladat

Számlavezető bankodnál a következő kamatlábakat lehet elérni éves lekötés esetén:

	egyszerű kamatozás	kamatos kamatozás
Éves kamatláb	3,5%	3,4%

A feladatmegoldás során tekints el a kamatadótól!

a) Számítsd ki, a két befektetési lehetőség hozamát 5 éves lekötés esetén!

Eredmény:

- egyszerű kamatozással: $1 + 0,035 \cdot 5 = 1,175$
- kamatos kamatozással: $(1 + 0,034)^5 = 1,182$

b) A táblázatban szereplő adatok szerint az egyszerű kamatozás esetén nagyobb az első éves kamatláb.

- Melyik befektetési lehetőséget választanád?

A kamatos kamatozásút

- Miért?

Mert 5 év alatt magasabb a hozama.

c) Számítsd ki az egyes évek végére elérhető tényleges kamatlábat! Hány év alatt egyenlítődik ki a két befektetési lehetőség hozama, melyik időponttól válik jobb befektetéssé a kamatos kamatozás?

	Egyszerű kamatozás	Kamatos kamatozás
Kamatláb	3,5%	3,4%
1. év	1,035	1,034
2. év	1,07	1,069
3. év	1,105	1,1055
4. év		
5. év		

Tehát a harmadik év végén már jobb lesz a kamatos kamat.

d) Oldd meg a feladatot egyenlet felállításával!

A felírható egyenlet: $1 + 0,035 \cdot n = 1,034^n$, amely a pozitív egész számok körében nem ad megoldást (n = az évek száma éves kamatfizetési gyakoriság esetén).

e) Milyen alternatív megoldási módot ismersz, javasolsz?

A felírt egyenletet a valós számok halmazán sem tudjuk megoldani véges sok lépésben. Az ilyen egyenleteket transzcendens egyenleteknek nevezzük, és közelítő számítással vagy grafikusan tudjuk meghatározni a körülbelüli megoldását. Az egyenlet két oldalát ábrázolhatjuk valamilyen függvényábrázoló program segítségével, vagy használhatunk GeoGebrát, Wolframalphát, stb. Számológéppel pl. az $n = 2,716206656...$ értéket kapjuk gyöknek.

<https://www.desmos.com/calculator/fhigk0fc3v>

5. feladat

Öt év múlva zeneművészeti egyetemen szeretnéd folytatni a tanulmányaidat, melynek felvételijén úgy gondolod, nagyobb eséllyel tudnál indulni egy, a jelenleginél jobb minőségű gitárral. Úgy döntesz tehát, hogy 2 millió forintos örökségedet addig befekteted, hogy meg tudd venni a hangszert a befektetésed kamataiból. Ám aggódsz, hogy elegendő lesz-e ez az idő a kellő összegű kamat megszerzésére.

A feladat megoldása során tekints el a gitár lehetséges árváltozásától!

a) Számítsd ki, mekkora futamidő után tudod megvenni a 300 000 Ft-os hangszert, ha az éves, kamatadóval korrigált kamatláb 4%! Számításodhoz használd a logaritmussal kapcsolatos ismereteidet! Éves és negyedéves kamatfizetési gyakoriság esetére is oldd meg a feladatot!

$$FV = 2\,300\,000$$

$$PV = 2\,000\,000$$

éves kamatfizetési gyakoriság esetén:

$$r = 4\%$$

$$2\,000\,000 \cdot 1,04^n = 2\,300\,000$$

$$1,04^n = 1,15$$

$$n = \log_{1,04} 1,15$$

$$n \approx 3,56$$

Tehát 4 évet kell várnod.

Negyedéves kamatfizetési gyakoriság esetén:

$$2\,000\,000 \cdot 1,01^n = 2\,300\,000$$

$$1,01^n = 1,15$$

$$n = \log_{1,01} 1,15$$

$$n \approx 14,046$$

és $14,046 : 4 \approx 3,51$ tehát a negyedik év 3. negyedéve után már elegendő lesz a felhalmozott kamat.

- b) Ha maximum 5 évvel van a lekötésre, mekkora összegben kereshetsz hangszert magadnak a lekötés végén?

Éves kamatfizetéssel számolva

$$FV = 2\,000\,000 \cdot 1,04^5$$

$$FV = 2\,433\,306$$

Tehát 433 306 Ft-ért.

- c) Ha biztos vagy benne, hogy 5 évig nem nyúlsz a pénzhez, választhatod a tartós befektetési számlát (TBSZ) is. A 300 000 Ft-os hangszer megvásárlásához, mekkora kamatlábra kellene lekötöd (1 tizedes jegyre kerekítve) a megtakarításodat éves kamatfizetési gyakoriság esetén?

$$2\,000\,000 \cdot (1 + r)^5 = 2\,300\,000$$

$$(1 + r)^5 = 1,15$$

$$1 + r = \sqrt[5]{1,15}$$

$$r \approx 0,02835$$

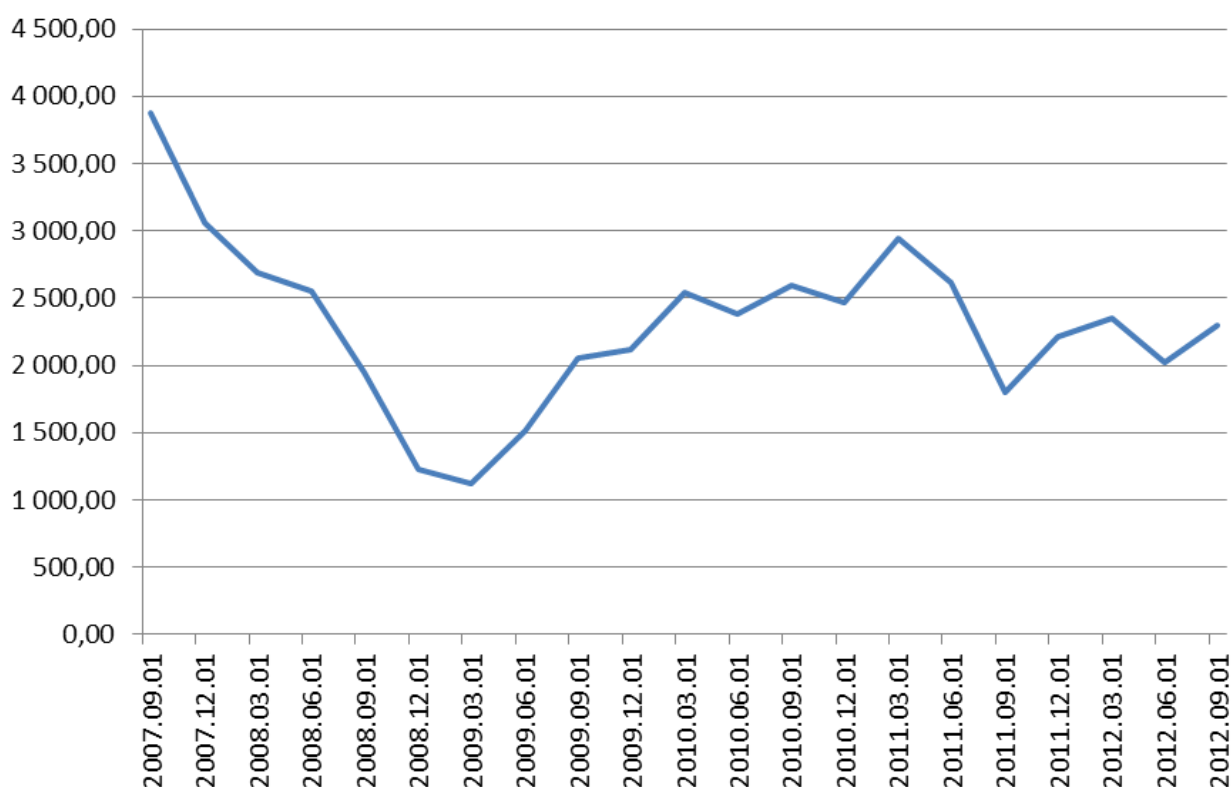
Tehát minimum 2,9%-os kamatlábra kell lekötöd.

Értékpapír befektetések

6. feladat

Az alábbi feladatban a MOL részvények árfolyamváltozásait vizsgálhatod meg három időtávon. Az első feladatrészben egy 6 éves időperiódust, a másodikban egy egyévest, míg a harmadikban egy egynapost ábrázoló vonaldiagramot elemezhetesz. Kezdjük is!

a) Az alábbi grafikonon a MOL ¹⁵ részvények árfolyamának alakulását láthatod 2007 szeptemberétől 2012 szeptemberéig.



- Mi okozhatta a részvényárfolyam zuhanását 2007 negyedik negyedétől 2009 első negyedévéig?

A pénzügyi válság általános bizalomvesztéssel járt, ezért az értékpapíroktól szabadulni igyekeztek a tőzsdén, a túlkínálat árzuhanást okozott.

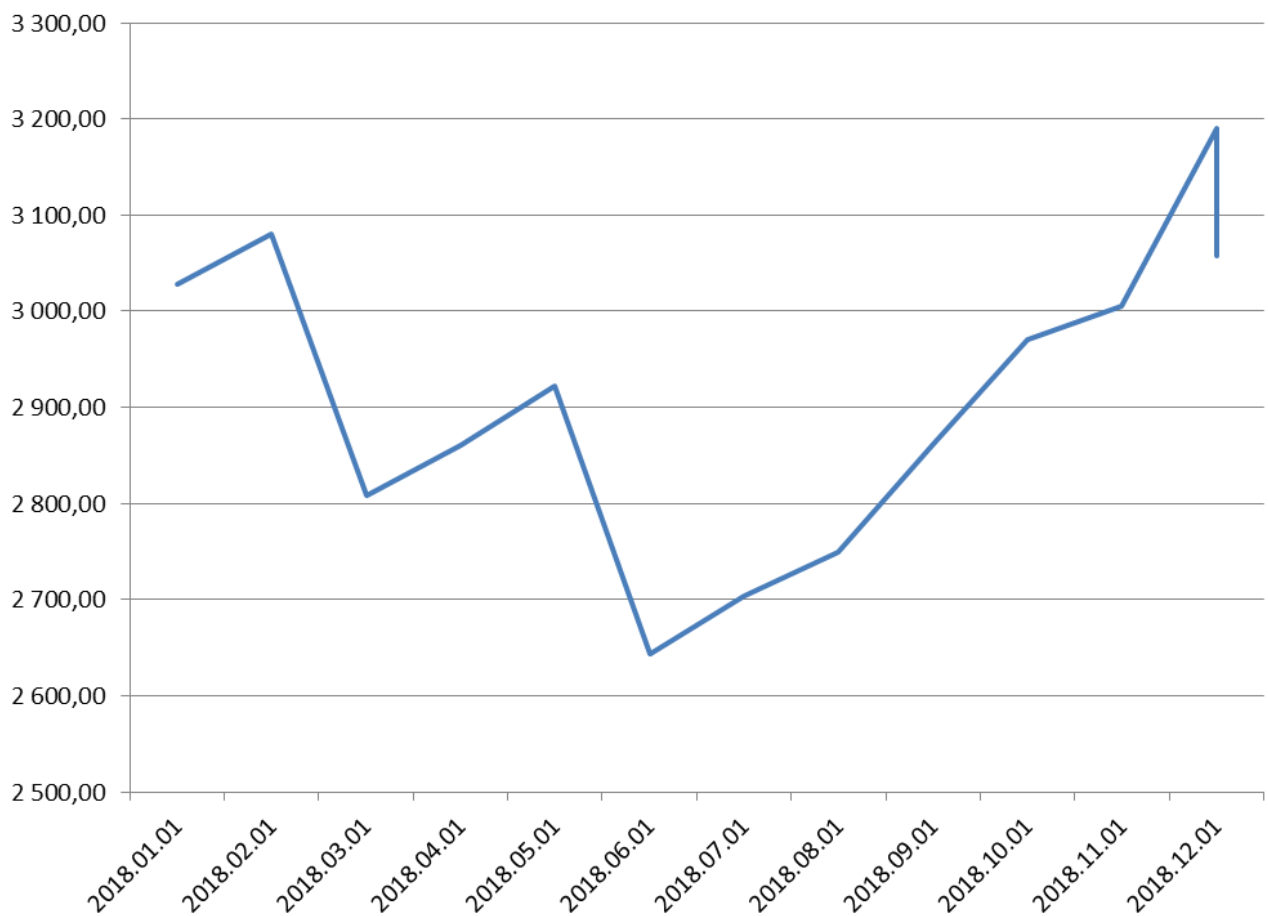
- Milyen trendvonal (tendencia) figyelhető meg a részvényárfolyamban 2009 második negyedétől?

2009 második negyedétől emelkedő tendencia látható, amelyet kisebb visszaesések törtek meg.

¹⁵ A MOL – a Magyar Olaj és Gázipari Nyrt – Magyarország legnagyobb vállalata, mely részvénytársasági formában működik. A MOL részvényeknek élénk a forgalma a Budapesti Értéktőzsdén, valamint a nemzetközi tőkepiacokon is zajlik velük kereskedés.

- Válassz ki három időpontot, amikor MOL részvényeket vennél!
Mélyponton lenne érdemes részvényt vásárolni, tehát: 2009. első negyedévében, 2011. harmadik negyedévében és 2012. második negyedévében.
- Válassz ki két időpontot, amikor eladnád a MOL részvényeidet!
Az árfolyam csúcsán lenne érdemes eladni: 2011. első negyedévében, és 2012. első negyedévében.

b) Az itt látható grafikon a MOL részvények árfolyamának alakulását mutatja 2018-ban.



- Mikor volt mélyponton az árfolyam 2018-ban?
2018. júniusában
- Ha májusban árfolyamnyereséggel sikerült eladnod a 2018-ban vásárolt MOL részvényedet, akkor az év mely időszakában vehetted meg?
2018. márciusában

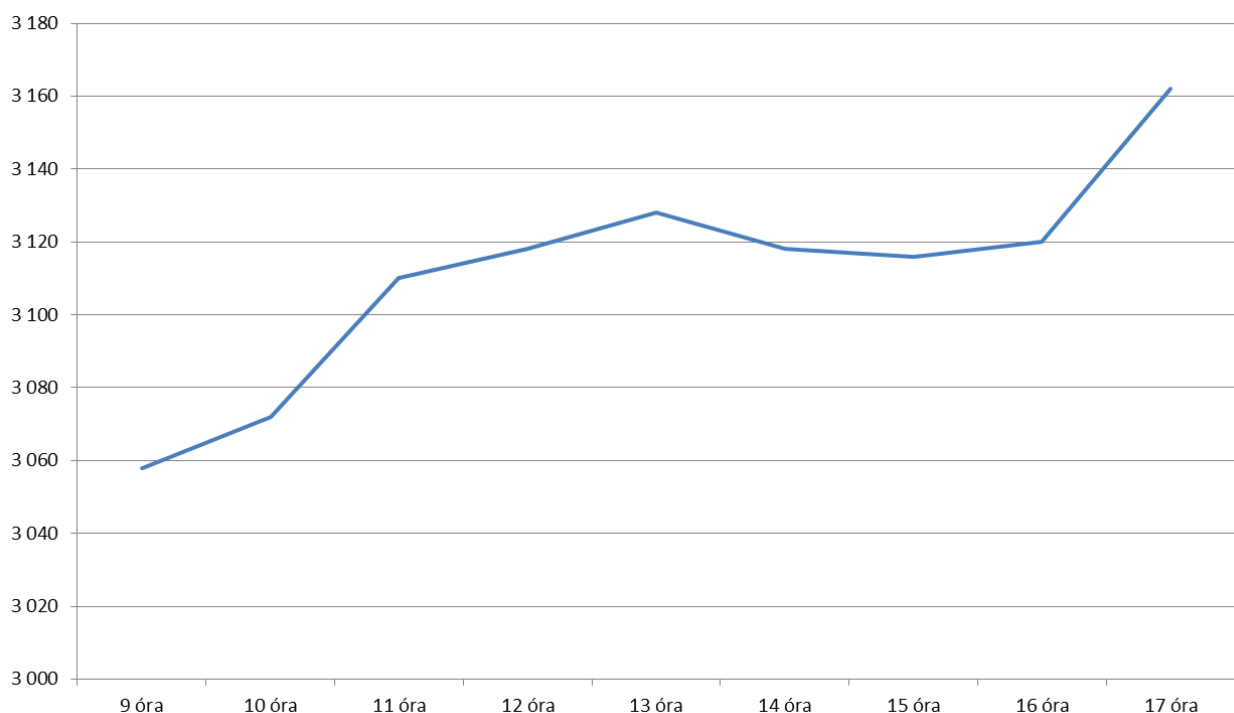
- Májusban van az osztalékfizetés ideje, ami általában emeli az árfolyamot. Milyen hatás érvényesülhetett 2018 májusában a MOL részvények árfolyamalakulásában?

Feltételezhetjük, hogy a világpiacon csökkent az olaj ára, ezért esett az MOL részvények árfolyama.

- Ha októberben árfolyamvesztéssel voltál kénytelen eladni a 2018-ban vásárolt MOL részvényed, akkor az év mely időszakában vásárolhattad meg?

Az év első két hónapjában magasabb volt az árfolyam, tehát akkor.

c) Az alábbi grafikonon a MOL részvények árfolyamának alakulását láthatod 2018. december 19-én.



- Hogy járt az a befektető, aki a nap elején – nyitáskor – vásárolt, és a nap végén – záráskor – adott el MOL részvényt? Számszerűsítsd az eredményt!

Emelkedett az árfolyam kb. 3060 Ft-ról 3160 Ft-ra, tehát jól járt.

- Keress egy olyan vételi és egy olyan eladási időpontot a napon belül, amely veszteséget eredményezett a befektetőnek?

13 óra 30 perc és 15 óra 30 perc között veszteséget érhetett el.

- Mit gondolsz, ezen a napon a befektetők az olajárak esésére vagy növekedésére számítottak?

Az emelkedő tendencia az olajár emelkedésére utal.

7. feladat

A BÉT honlapjáról származó alábbi táblázat a MOL Nyrt. részvényeinek kereskedési adatait mutatják 2018. november 19-én. Az adatok alapján válaszold meg az alábbi kérdéseket!

ALAPVETŐ INFORMÁCIÓK			
Ticker	MOL	Napi minimum	3 062
ISIN	HU0000153937	Napi maximum	3 120
Bevezetés időpontja	1995. nov. 28.	Éves minimum	2018. máj. 30.
Kereskedés pénzneme	HUF	Éves maximum	2017. nov. 22.
Névérték	125 HUF	Történelmi minimum	1995. dec. 19.
Bevezetett mennyiség (db)	819 424 824	Történelmi maximum	2007. szept. 25.
		Napi forgalom (db)	734 212
		Napi forgalom (m Ft)	2 268

a) Mikor bocsátották ki az első MOL részvényt?

1995. november 28-án.

b) Tudjuk, hogy a tőzsdén közvetlenül nem tudunk kereskedni, befektetési szolgáltatót, brókert kell keresni, aki megbízási díjért teljesíti a vételt és eladást. Egy kiválasztott befektetési szolgáltatónál a megbízási díj minimuma 500 Ft vagy a megbízási értékének 0,28 %-a.

Gondold végig! Ha valaki 2018. november 19-én az adott napon belül a legalacsonyabb áron tudott MOL részvényt vásárolni és a legmagasabb áron eladni, és nem akar az 500 Ft-os minimáldíjnál többet fizetni megbízásonként, akkor

- hány részvényt tud megvenni és eladni?

Ha legalább egy részvényt veszünk, a minimális megbízási díjat (500 Ft) akkor is ki kell fizetni, tehát vizsgáljuk meg, maximum mennyi részvényt lehet megvenni úgy, hogy a megbízási díj tranzakciónként (egy vétel és egy eladás) ne haladja meg az 500-500 Ft-ot.

Vásárlás: $x \text{ db} \cdot 3062 \cdot 0,0028 = 500 \text{ Ft}$

$x = 58,3 \text{ darab}$

Eladás: $x \text{ db} \cdot 3120 \cdot 0,0028 = 500 \text{ Ft}$

$x = 57,23 \text{ darab}$

Mivel töredék részvény nem vásárolható, ezért lefelé kell kerekíteni, és az eladás mennyisége határozza meg a lehetőségeinket. Tehát 57 részvény vásárlása és eladása esetén fizetünk legfeljebb 500-500 Ft-ot a megbízásért.

- Mekkora összeget kell az előző ügyletbe befektetnie MOL részvényekbe?

Részénvásárlás: $57 \cdot 3062 = 153\,100$ Ft

Megbízási díj: $2 \cdot 500$ Ft = 1000 Ft

Összesen: 154 100 Ft

- Mekkora hozammal zárhatja a tranzakciót, ha tudja, hogy az árfolyamnyereséget is 15 %-os jövedelemadó terheli?

A nettó (adózt) hozam megállapítása:

$$57 \cdot (3120 - 3062) \cdot 0,85 = 2810,1$$

Amiből le kell vonnunk az 1000 Ft megbízási díjat, tehát 1810,1 Ft hozamot értünk el.

- c) Tegyük fel, hogy valaki a MOL részvényből már a kibocsátáskor, 138 Ft-ért, 23 évvel ezelőtt vásárolt és 2018. november 28-án 3166 Ft-os áron értékesítette. Hány százalékos bruttó hozamot ért el a befektetésével?

$$3166 : 138 = 22,942$$

Mivel 23 évig tartott ez a befektetés (2018 – 1995 = 23év),

$\sqrt[23]{22,9420} = 1.1459$ tehát 14,59% volt az árfolyamnövekedésből származó bruttó éves hozam.

- d) d) A részvények hozamának értékeléséhez további két tényezőt kell figyelembe vennünk: az évenként kifizetésre kerülő osztalékot és az éves inflációt. Melyik hogyan hat a bruttó hozamra? Fejezd be a mondatot:

A részvények után fizetett osztalék az éves hozamot **növeli**

A inflációs ráta a részvények reálhozamát**csökkenti**.

Végezz kutatómunkát!

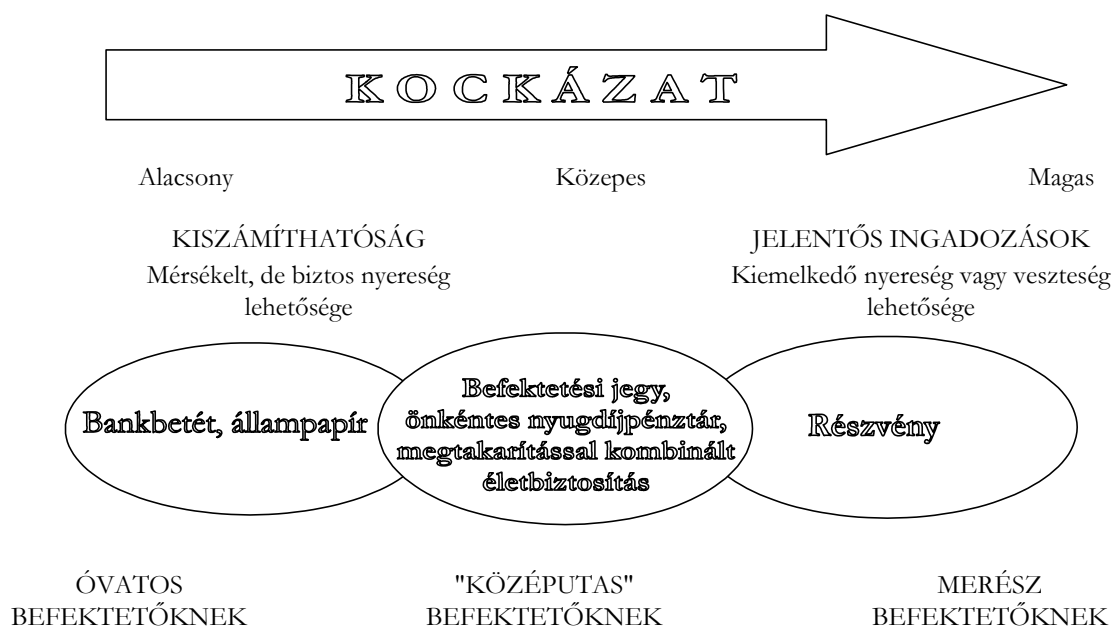
Ha érdekel a tőzsde és a részvény-, illetve kötvénybefektetések, tanulmányozd a www.bet.hu oldalt, a Budapesti Értéktőzsde honlapját!

Keress magadnak egy jó befektetési lehetőséget!

Melyik értékpapírt választottad? Miért? **Aktuális adatok szerint.**

8. feladat

Aki részvénybe fekteti a pénzét, az legtöbbször igyekszik a kockázatát kordában tartani, így nem egy részvényre tesz fel mindent, hanem több részvényből, esetleg kötvényből álló, úgynevezett értékpapír portfóliót vásárol. Ilyen portfóliókat a bankok készen is kínálnak a befektetők számára, melyeket befektetési jegy formájában vásárolhatnak meg a befektetők. A befektetési jegyek többféle kockázati szinten elérhetőek. Vannak alacsony, mérsékelt, közepes és magas kockázattal járó befektetési jegyek is a bankok kínálatában, attól függően, hogy milyen értékpapírokból áll az adott portfólió. A részvények a magas, míg az államkötvények az alacsony kockázattal járó befektetések közé sorolhatók. Minél nagyobb arányban jelenik meg részvény egy portfólióban, annál kockázatosabbnak minősül a befektetés, míg ha az állampapír aránya magas, alacsonyabb kockázatot kell csak vállalni.



Lássuk, ez a több lábon állás (azaz kockázatmegosztás, más szóval diverzifikáció) hogyan hat a befektetés hozamára és kockázatára.

A rendelkezésedre álló 2 millió forintos megtakarításból befektetési jegyet vásárolsz, melynek portfóliója az alábbi 4 értékpapírból áll:

Értékpapír neve	Aránya a portfólióban	Piaci árfolyam változása a befektetés első 3 hónapjában	Piaci árfolyam változása a következő 3 hónapban
Államkötvény ¹⁶	20%	-2%	+1%
„A” részvény	30%	+14%	+3%
„B” részvény	35%	-12%	+10%
„C” vállalati kötvény	15%	+1%	-6%

- a) Az egyes értékpapírok táblázatban megadott arányának (súlyának) figyelembevételével számítsd ki, hogy befektetésed az első három hónapban hány százalék hozamot eredményezett!

$0,2 \cdot 0,98 + 0,3 \cdot 1,14 + 0,35 \cdot 0,88 + 0,15 \cdot 1,01 = 0,9975$, tehát -0,25% a hozam, vagyis veszteséget könyvelhetünk el az első három hónap után.

- b) Számítsd ki, hogy a két negyedéves periódusban összesen hány százalékos lett a hozam!

$0,2 \cdot 0,98 \cdot 1,01 + 0,3 \cdot 1,14 \cdot 1,03 + 0,35 \cdot 0,88 \cdot 1,1 + 0,15 \cdot 1,01 \cdot 0,94 = 1,03143$, tehát az első hat hónapot 3,143%-os hozammal zártuk.

- c) Mekkora összeget érhetünk el a 2 millió Ft-ért vásárolt portfólió értékesítése esetén, ha a közvetítői jutalék 0,3%? (A portfóliót a második negyedév végén értékesítjük.)

A közvetítő vétel és eladás esetén is felszámolja a közvetítői jutalékot, tehát a hozam:
 $2\,000\,000 \cdot 1,03143 - 2\,000\,000 \cdot 0,003 - (2\,000\,000 \cdot 1,03143) \cdot 0,003 = 2\,050\,671$ Ft

Vond le a tanulságot!

Milyen előnye van a befektetési jegynek (értékpapír portfóliónak) egy részvény vagy kötvény megvásárlásával szemben?

A befektetési jegy esetén a befektető a saját kockázatvállalási hajlandóságának megfelelően tudja a kockázat szintjét kiválasztani, hiszen nem egyetlen vállalat sikerétől függ befektetése jövője, hanem több lábon áll.

Kinek érdemes befektetési jegyet (értékpapír portfóliót) vásárolnia?

Mindenkinek, aki egyrészt részesedni szeretne valamely vállalat, iparág eredményességéből, másrészt viszont nem szeretne egy lapra feltenni mindent, mérsékelni szeretné befektetése kockázatát.

¹⁶ Az államkötvény a futamidő végén a kamattal növelt értéken kerül kifizetésre, erre az állam garanciát vállal. Ám a futamidő lejártá előtt is értékesíthetők ezek az értékpapírok a másodlagos piacon. Ekkor nem a kibocsátó váltja vissza azokat, hanem el tudjuk adni egy harmadik félnek, aki kívárv a futamidő végét, megkapja a kamattal növelt értéket. A futamidő alatt azonban ezeknek az értékpapíroknak az ára is ingadozik a piaci viszonyok hatására.

Milyen hozam érhető el a befektetési jeggyel (értékpapír portfólióval)?

A hozam a befektetési jegy mögött álló értékpapírok hozamától függ, lehetnek olyanok ezek között, amelyek veszteségesnek bizonyulnak, és lehetnek nyereségesek is.

Választható olyan befektetési jegy, amely több, alacsony kockázatú, ám így alacsony hozamú pl. állampapírt tartalmaz és csak kevés kockázatos piaci részvényt.

Valuta és deviza befektetések

9. feladat

A befektetésekben mindig van kockázat. Vannak olyan lehetőségek, amelyekben kisebb, de vannak olyanok is, amelyekben nagyobb. A valuta, deviza befektetések az árfolyamváltozások miatt kevésbé kiszámíthatóak. Egy piaci esemény, vagy akár politikai hír, az adott valuta jelentős erősödését vagy gyengülését eredményezheti. Csak becsülni tudjuk a várható változás valószínűségét. Nézzünk erre egy példát.

Megtakarított pénzedet euróba fekteted. Annak a valószínűsége, hogy a HUF/EUR árfolyam egy adott napon 1 Ft-tal nő, 1 Ft-tal csökken, vagy éppen változatlan marad ugyanannyi, vagyis mindhárom esetben egyharmad. Tegyük fel, hogy az egyes napokon történő változások függetlenek.

- a) Határozd meg annak a valószínűségét, hogy 2 nap múlva nyerni fogsz az üzleten, ha ma átváltod a pénzedet euróra!

Foglald táblázatba a változási lehetőségeket:

		Első nap		
		csökken	nem változik	nő
Második nap	csökken	-2	-1	0
	nem változik	-1	0	1
	nő	0	1	2

A táblázat alapján összesen 9 lehetőség van, ebből 3 olyan, amelyben nyerünk az üzleten. Mivel minden eset egyenlő valószínűségű, ezért

$$P = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes lehetőség}} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

- b) A következő héten egy piaci hír hatására ezek az egyenlő valószínűségek megváltoznak és mindkét nap azonos (nem 1/3) valószínűséggel nő az árfolyam. Feltételezzük, hogy továbbra is +1, 0 vagy -1 forinttal mozdulnak el az árfolyamok. Annak a valószínűsége, hogy nem változik az árfolyam egyharmad marad. Annak a valószínűsége, hogy összeségében két nap múlva nyerni fogsz az üzleten 7/12. Mekkora valószínűséggel nő, illetve csökken az árfolyam?

Most nem számolhatunk az esetek számával, hiszen nem egyenlő valószínűségűek az egyes események. Legyen p annak a valószínűsége, hogy egy napon nő az árfolyam. Az előző feladatrészt megoldása alapján 3 esetben nyerünk az üzleten:

- 1.) Ha első nap nem változik és a második nap nő:

$$P(1) = \frac{1}{3} \cdot p$$

2.) Ha első nap nő és a második nap nem változik:

$$P(2) = p \cdot \frac{1}{3}$$

3.) Ha mindkét nap nő:

$$P(3) = p \cdot p = p^2$$

Tehát annak a valószínűsége, hogy nyerünk az üzleten:

$$P = P(1) + P(2) + P(3) = p^2 + \frac{2}{3}p$$

Felírható az egyenlet: $p^2 + \frac{2}{3}p = \frac{7}{12}$

A másodfokú egyenlet megoldásai: $p_1 = -\frac{7}{6}$, ami nem lehetséges, mert $p \geq 0$, és $p_2 = \frac{1}{2}$.

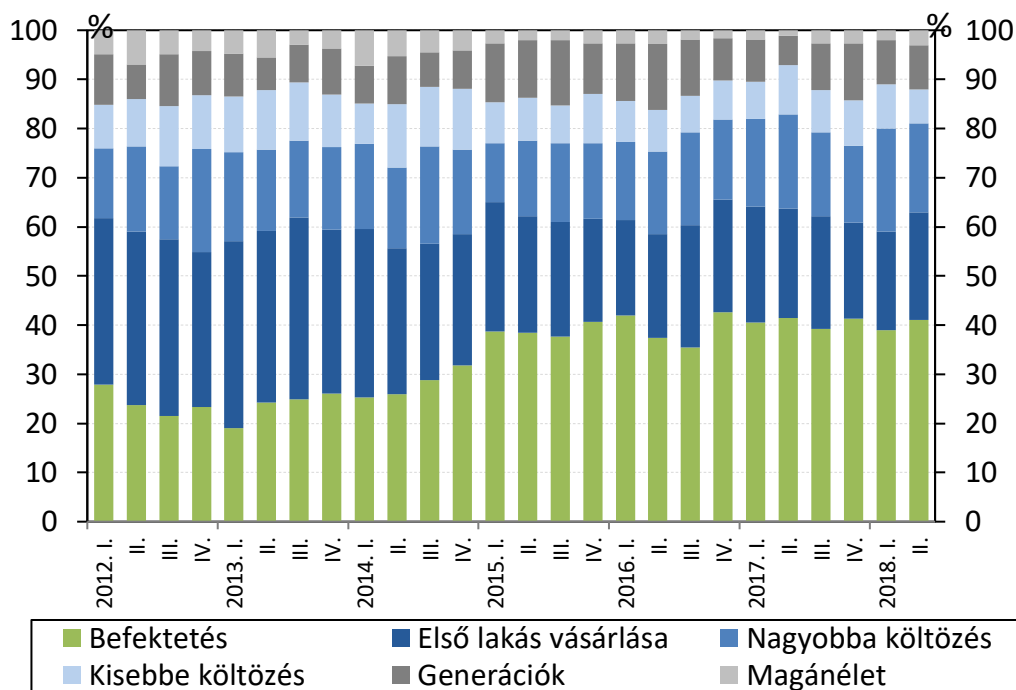
Tehát annak a valószínűsége, hogy nő az árfolyam $\frac{1}{2}$, annak pedig, hogy csökken az árfolyam $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$.

Ingatlanbefektetés

10. feladat

Az alábbi források alapján válaszold meg a következő kérdéseket!

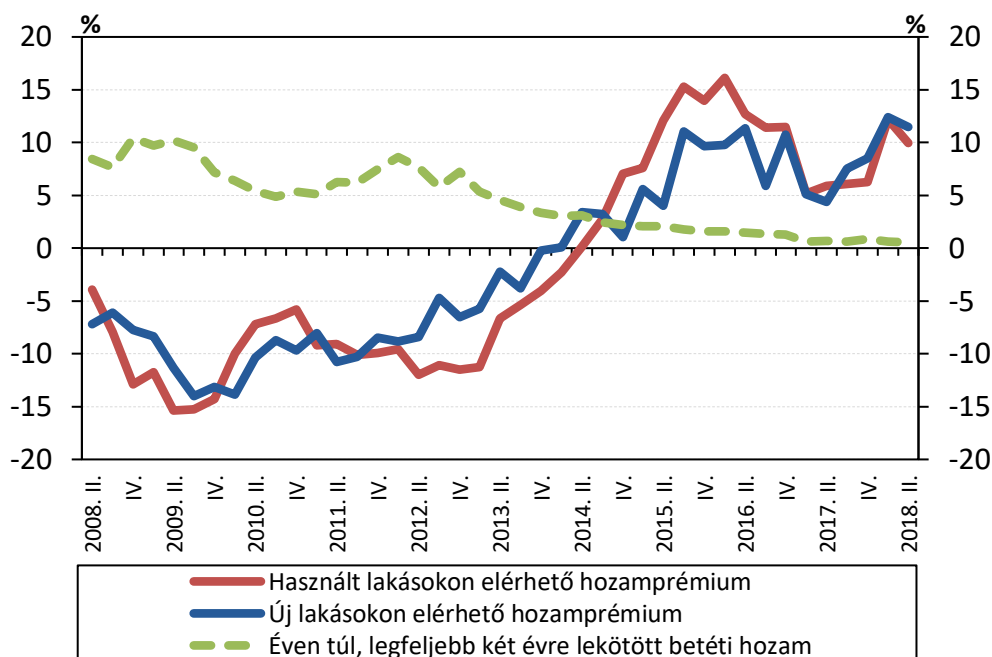
A budapesti lakásvásárlók megoszlása a lakásvásárlás célja szerint



Forrás: MNB – Lakáspiaci jelentés 2018 november

Lakásvásárlásból, az értéknövekedésen keresztül elérhető hozamprémium¹⁷ és a betéti hozam alakulása az elmúlt idő-szakban

¹⁷ A lakásokon elérhető hozamprémium a nominális lakásárindex éves változása és az egy éves állampapírpiazi referenciahozam különbsége. Vagyis a lakások árnövekedésének éves százalékos mértéke csökkentve az állampapírok hozamával. Tehát az a plusz hozam, ami az állampapírokhoz képest többletként elérhető a lakás célú befektetésekkel.



Forrás: MNB – Lakáspiaci jelentés 2018 november

a) Olvasd le az ábráról a következő adatokat (hozzávetőlegesen/nagyságrendileg)!

- használt lakások hozam-prémiuma¹⁸ 2018 II. negyedévében: **≈10%**
- új lakások hozam-prémiuma 2018 II. negyedévében: **≈11,5%**
- banki betéti hozam 2018 II. negyedévében: **≈0,5%**

Ezek a hivatalos táblázatból kiolvasott adatok, e körüli értéket kellene leolvasni az ábráról.

b) Hogyan alakult a használt lakások hozam-prémiuma az elmúlt öt évben?

Jelentősen emelkedett, negatívból pozitívba fordult. 2014-től meghaladta az új lakások hozam-prémiumát, majd 2017-től ismét alulmaradt az új lakásokhoz képest.

c) A 2008-as gazdasági válság hogyan hatott a lakáspiacra? Vizsgáld meg a függvények alakulását!

A lakáspiaci hozamok jelentősen csökkentek, zuhantak a lakásárak, és csak évekkel később állt talpra a lakáspiac, és váltak a hozamai olyan mértékűvé, amely ismét vonzóvá tette ezt a megtakarítási formát a befektetők körében.

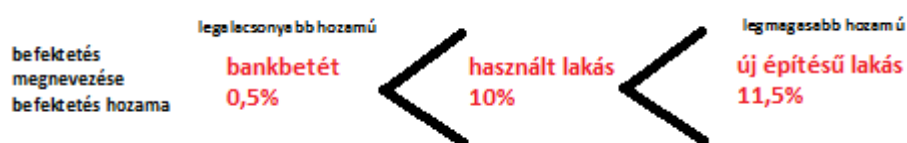
d) Mibe érdemes az ábra alapján fektetni pénzünk?

Új építésű lakásba. (De a múlt eredményei sohasem biztosítják a jövőben elérhető eredményeket!)

¹⁸ Vásárlás időpontjához képest max. egy évvel későbbi értékesítés esetén kiszámítható árkülönbözet százalékos mértéke.

e) Helyezd el a három befektetést hozam szempontjából növekvő sorrendben!

	Legalacsonyabb hozamú				Legmagasabb hozamú
Befektetés megnevezése		<		<	
Befektetés hozama					



f) Hány százalékkal nőtt 2012. I. negyedévéhez képest a befektetési célú lakásvásárlók aránya 2018. II. negyedévére?

2012. I. negyedév: 27,9% (ez a hivatalos táblázatból kiolvasott adat, e körüli értéket kellene leolvasni az ábráról)

2018. II. negyedév: 41% (ez a hivatalos táblázatból kiolvasott adat, e körüli értéket kellene leolvasni az ábráról)

$$41 : 27,9 = 1,47$$

Tehát 47%-kal nőtt a befektetési célú lakásvásárlók aránya, vagy másképp $41\% - 27,9\% = 13,1$ százalékpontos növekedést jelent.

g) Az ingatlanbefektetésnek nem csak hozamai, hanem költségei is vannak. Sorolj fel néhány költséget, amely felmerülhet az ingatlantulajdonosok számára!

bérbeadás esetén jövedelemadó, esetleg ingatlanadó, állagmegmóvítás (karbantartási költség), biztosítási díj, esetleg közös költség

FELADATOK 12. évfolyam

A feladatok elvégzése előtt célszerű a pénz időértékéről és a kamatozási formákról szóló elméleti bevezetőt az első oldalon áttekinteni. Az értékpapír-befektetésekről a 10. és 11. évfolyam feladatainál olvashatsz.

1. feladat

Váljunk milliommossá!

Manapság számos dologra költünk. Gondolj csak bele! Ha megelégednél egy olcsóbb cipővel, kevésbé márkás ruhadarabbal, nem fogyasztanál annyi felesleges élelmiszert, amik nem mellesleg meglehetősen drágák is (pl. chips, energiital), akkor könnyedén megtakaríthatnád zsebpénzed jelentős részét. Ezt a pénzt akár le is kötheted egy bankban, vagy befektetheted. Lássuk, mikorra válnál milliommossá, ha havonta sikerülne 20 ezer forintot félretenned! Az elérhető hozam, amivel kalkulálsz, kamatadóval korrigálva évi 4,5%, és természetesen a kamatos kamatozást válaszd havi kamatfizetési gyakorisággal!

Végezd el a számítást, töltsd ki a táblázatot!

A havi kamat $4,5\% : 12 = 0,375\%$.

Idő	Betét	Felhalmozott tőke	Kamattal növelt érték
1. hónap	20 000	20 000	$20\,000 \cdot 1,00375 = 20\,075$
2. hónap	20 000	40 075	$40\,075 \cdot 1,00375 = 40\,225$
3. hónap	20 000	60 225	$60\,225 \cdot 1,00375 = 60\,451$
4. hónap	20 000	80 451	$80\,451 \cdot 1,00375 = 80\,752$

Látható, hogy ezzel a módszerrel előbb-utóbb célhoz érünk, de jobb lenne, ha egy képlettel kiszámolhatnánk a hozzávetőleges végeredményt.

Vezessünk be a képletbe változókat!

x : az időegységenként befizetett összeg.

T_0 : a kezdőtőke

r : az időegységre vonatkozó kamatláb, amelyből $q = 1 + r$ (r százalékban, azaz századrészként kifejezve)

T_n : az n -edik időegység végére felnövekedett összeg

Ekkor

$$T_1 = T_0 \cdot q$$

$$T_2 = (T_1 + x) \cdot q = (T_0 \cdot q + x) \cdot q = T_0 \cdot q^2 + x \cdot q$$

$$T_3 = (T_2 + x) \cdot q = (T_0 \cdot q^2 + x \cdot q + x) \cdot q = T_0 \cdot q^3 + x \cdot q^2 + x \cdot q$$

$$T_4 = (T_0 \cdot q^3 + x \cdot q^2 + x \cdot q + x) \cdot q = T_0 \cdot q^4 + x \cdot q^3 + x \cdot q^2 + x \cdot q$$

...

$$T_n = T_0 \cdot q^n + x \cdot q^{n-1} + \dots + x \cdot q^2 + x \cdot q$$

Emeljük ki $x \cdot q$ -t a második tagtól kezdve:

$$T_n = T_0 \cdot q^n + x \cdot q \cdot (q^{n-2} + \dots + q + 1)$$

A zárójelben egy olyan mértani sorozat első $n - 1$ elemének összegét kapjuk, amelynek első eleme 1, és a hányadosa q . Az összegképlet felhasználásával

$$T_n = T_0 \cdot q^n + x \cdot q \cdot \left(\frac{q^{n-1} - 1}{q - 1} \right)$$

Persze a képlet egyszerűbb, ha a kezdőtőke nem különbözik a többlettől, tehát $T_0 = x$:

$$T_n = x \cdot q \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

A feladat megoldásához most már használhatjuk a képletet. A számolás során használd ki, hogy a zsebszámológéped 8-10 tizedesjegy pontosan számol. Csak a végeredménynél kerekíts!

$$x = 20\,000 \text{ Ft}$$

$$\text{egy hónapra a kamatláb: } r = \frac{4,5\%}{12} = 0,00375, \text{ amiből } q = 1,00375$$

$$T_n = 1\,000\,000 \text{ Ft}$$

$$1\,000\,000 = 20\,000 \cdot 1,00375 \cdot \left(\frac{1,00375^n - 1}{1,00375 - 1} \right)$$

$$50 = 1,00375 \cdot \left(\frac{1,00375^n - 1}{1,00375 - 1} \right)$$

$$49,8132005 \approx \frac{40000}{803} = \frac{1,00375^n - 1}{0,00375}$$

$$1,186799502 \approx \frac{953}{803} = 1,00375^n$$

$$n = \log_{1,00375} \frac{953}{803} \approx \log_{1,00375} 1,186799502$$

$n \approx 45,75$, amiből következik, hogy 46 hónap, kevesebb mint 4 év kell ahhoz, hogy milliomosok legyünk.

Megjegyzés: Ha két tizedesre kerekítünk pl. $\frac{953}{803} \approx 1,19$, amiből az

$$n = \log_{1,00375} 1,19 \approx 46,5$$

értéket kapjuk, akkor az majdnem egy hónap eltérés.

2. feladat

Épp elkezdtél dolgozni, amikor nagypapád nyugdíjba vonult. Nagypapa megtakarított 5 000 000 Ft-ot, de a nyugdíjából már sajnos nem tud többet félre tenni, ezért megtakarítását lekötötte hosszú távra. Azt mondta neked, hogy ezt az összeget a lakásszerzésre gyűjtötte, és megkaphatod a banktól, ha neked is összegyűlt legalább ugyanannyi pénzed, mint amennyi a nagypapa megtakarítása lesz a kamatokkal együtt. Kalkulációd szerint évente 600 000 Ft-ot tudsz spórolni, és ezt minden év elején befizeted egy gyűjtőszámlára, hogy te is megalapozd jövőbeni önálló otthonodat.

- a) Hány év múlva veheted fel a nagypapád pénzét, ha a bank mindkét esetben kamatadóval korrigált évi 5% kamatot biztosít?

Nagypapa pénze n év múlva: $5\,000\,000 \cdot 1,05^n$

a te gyűjtésed n év múlva: $600\,000 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1}$.

Tehát meg kell oldani a következő egyenlőtlenséget:

$$5\,000\,000 \cdot 1,05^n \leq 600\,000 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05^n - 1}{1,05 - 1}$$

$$0,3968 \cdot 1,05^n \leq 1,05^n - 1$$

$$1 \leq 0,6032 \cdot 1,05^n$$

$$1,6578 \leq 1,05^n$$

$$10,36 \leq n$$

Tehát 11 év múlva juthatsz hozzá az összeghez.

- b) Mekkora összeg áll majd rendelkezésedre a lakáscélod megvalósításához?

Nagypapa pénze: $5\,000\,000 \cdot 1,05^{11} \approx 8\,551\,697$ Ft

Saját megtakarítás: $600\,000 \cdot 1,05 \cdot \frac{1,05^{11} - 1}{1,05 - 1} \approx 8\,950\,276$ Ft

Összesen tehát: 17 501 973 Ft.

3. feladat

Megtakarított pénzed kamatoztatására keresel épp egy lehetőséget. Hajlandó vagy kockázatot is vállalni a nagyobb hozam reményében, ezért vállalati kötvényekben gondolkodsz. Egyik barátodnak éppen pénzre van szüksége, így el is adná neked a birtokában lévő 10 000 Ft

névértékű, évi 5%-os kamatozású, és 3 éves lejáratú kötvényét 10 550 Ft-ért. A kötvénykibocsátó évente fizet kamatot.

Egy év már eltelt a futamidőből, de az első évre eső kamat kifizetése még nem történt meg, ezt – mint új tulajdonos – már te kapnád meg. A kötvény végtörlesztésű, vagyis a befektetett tőkét a futamidő végén fizetik ki.

- a) Számítsd ki, hogy most, egy év elteltével a futamidőarányos kamatokkal együtt mennyit érne a kötvény?

$10\,000 \cdot 0,05 = 500$ Ft, vagyis 500 Ft/év a kamat összege.

1 év telt el a futamidőből, tehát aki egy évig benne tartotta pénzét ebben a kötvényben legalább 10 500 Ft-ot szeretne érte kapni.

Megjegyzés: Persze a kötvény aktuális értékét a kereslet-kínálati viszonyok, a vállalat törlesztési képességének piaci megítélése is meghatározzák.

- b) Számítsd ki, érdemes-e belevágnod ebbe a befektetésbe, ha a piaci kamatláb jelenleg 3%? Ne feledd, az első évre eső kamat kifizetése még nem történt meg, ezt – mint új tulajdonos – már te kapnád meg.

Foglald táblázatba az adatokat!

A számítás során a következőket vedd figyelembe! Két év van még hátra a futamidőből. A kötvény most, illetve a jövőben még kétszer fizet kamatot, illetve a harmadik kamatfizetés alkalmával a befektetett tőkét is visszakapja a kötvény tulajdonosa. A kötvény aktuális értékét úgy tudod meghatározni, hogy a jövőben esedékes pénzüsségeket visszaszámolod a jelenre, vagyis kiszámolod, mennyit érnek ezek a pénzüsségek ma, az aktuális piaci kamatláb alapján. Emlékszel még a képletre?

$$PV = FV : (1 + r)^n$$

ahol „r” a kamatláb, amely százalékban, azaz századrészként van kifejezve

Pénzáramok (cash-flow)	Időpont		
	Jelenleg	1 év múlva esedékes összeg	2 év múlva esedékes összeg
Tőketörlesztés (a)	0 Ft	0 Ft	10000 Ft
Kamat (b)	500 Ft	500 Ft	500 Ft
Összes cash-flow (a+b)	500 Ft	500 Ft	10500 Ft
A pénzáramok jelenértéke (PV)	500 Ft	$\frac{500}{1,03} \approx 485,44$ Ft	$\frac{500}{1,03^2} \approx 9897,26$ Ft

Ha a kamatkifizetés még nem történt meg az első évre, akkor az ajánlat szerint 10 550 Ft-ért egy olyan kötvényt tudunk vásárolni, ami $500 + 485,44 + 9897,26 = 10\,882,7$ Ft-ot ér.

A kötvényt tehát érdemes megvásárolni, hiszen ezen az áron alulértékelt, mivel az aktuális vételár alacsonyabb, mint a kötvény jelenértéke.

Vond le a tanulságot!

Véleményed szerint miért volt hajlandó eladni a kötvényt a tulajdonosa barátjának ilyen kedvező áron?

A befektetések esetén fontos szempont lehet a befektető számára a likviditás is, azaz, hogy mennyi idő alatt és milyen áron tudja eladni a befektetését, ha pénzre van szüksége. Ennek érdekében a befektetők akár veszteséggel is hajlandók eladni értékpapírjukat.

4. feladat

Az érettségi banketten élénk beszélgetés zajlik, és már csak a jövő jár a fejtekben. Egyik osztálytársaddal pénzügyi terveitekről is beszélgettek.

Te az érettségit követően munkába szeretnél állni. Mivel szakmai képzettség nélkül alacsonyabb bérre számíthatsz, azt tervezed, hogy esti tagozaton elvégzel egy OKJ-s képzést. A munkavégzésből származó jövedelmedből minden évben 600 000 Ft-ot január 1-én bankba teszel, melyet lekötés évi 3 %-os kamatláb mellett. Úgy tervezed, hogy ezt az éves megtakarítást 10 évig tudod vállalni, hiszen, ha már gyermekeid lesznek, akkor több kiadásod lesz havonta, így arra az időszakra egyelőre nem kalkulálsz megtakarítást. Az összegyűjtött pénzhez azonban nem akarsz hozzányúlni, a bankban hagyod még 18 évig, hogy gyermeke(i)d életkezdését támogatni tudd belőle.

Barátod az érettségi után tovább szeretne tanulni nappali tagozaton, ám úgy gondolja, hogy ha sikerül is némi jövedelemre szert tennie, azt tanulmányaira, megélhetésére kell majd fordítania. Arra számít, hogy 10 év múlva tudja elkezdni a megtakarítást, melyet azonban onnantól kezdve 18 évig, saját gyermeke érettségijéig folytat. Ő is évente 600 000 Ft-ot tesz majd félre, minden év január 1-én évi 3%-os kamatláb mellett kötne le. Így gyermeke(i) életkezdését fogja tudni támogatni belőle.

a) Becsüld meg, mekkora összeggel fogtok rendelkezni a futamidő végén, 28 év múlva!

Te:

Osztálytársad:

- b) Töltsd ki az alábbi összefoglaló táblázatot! Számítsd ki, hogy a megtakarításaitok értéke mekkorára nő a kamatokkal a futamidő végére 3%-os kamatláb esetén! (A táblázatban szereplő 5%-os kamatlábbal még nem kell számolnod!)

Adatok	Te	Osztálytársad
Megtakarítás összege (Ft/év)	600 000	600 000
Aktív megtakarítási idő (év)	10	18
Lekötés futamideje (év)	28	18
a) Kamatadóval korrigált éves kamatláb (%)	3	3
Megtakarítás értéke a futamidő végén	12 061 189	14 470 121
b) Kamatadóval korrigált éves kamatláb (%)	5	5
Megtakarítás értéke a futamidő végén	19 070 225	17 723 402

Alapképlet a te megtakarításodra, ha n évig befizetsz, és további k évig kamatozik:

$$T_{n+k} = x \cdot q \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right) \cdot q^k$$

Behelyettesítve:

$$T_{10+18} = 600\,000 \cdot 1,03 \cdot \left(\frac{1,03^{10} - 1}{1,03 - 1} \right) \cdot 1,03^{18} = 12\,061\,189 \text{ forint.}$$

Alapképlet az osztálytársad megtakarítására, ha n évig befizet:

$$T_n = x \cdot q \cdot \left(\frac{q^n - 1}{q - 1} \right)$$

Behelyettesítve:

$$T_{18} = 600\,000 \cdot 1,03 \cdot \left(\frac{1,03^{18} - 1}{1,03 - 1} \right) = 14\,470\,121 \text{ forint.}$$

- c) Vizsgáld meg, hogyan alakulnának a megtakarításaitok, ha 5%-os kamatláb mellett kötnétek le a pénzeszközöket, de minden más feltételt változatlanul hagyunk!

A te megtakarításod 5% kamatláb mellett:

$$T_{10+18} = 600\,000 \cdot 1,05 \cdot \left(\frac{1,05^{10} - 1}{1,05 - 1} \right) \cdot 1,05^{18} = 19\,070\,224,8 \text{ forint.}$$

Az osztálytársad megtakarítása 5% kamatláb mellett:

$$T_{18} = 600\,000 \cdot 1,05 \cdot \left(\frac{1,05^{18} - 1}{1,05 - 1} \right) = 17\,723\,402,3 \text{ forint.}$$

Vond le a tanulságot!

Milyen összefüggés ismerhető fel a kamatláb, a megtakarítási idő, a befektetés futamideje és a befektetés hozama között?

A 3 százalékos kamatláb mellett azért a „továbbtanulás” esetében lett nagyobb a megtakarítás végösszege, mert a korábban kezdett megtakarítás 10 éve alatt összegyűjtött pénzösszeg kamatos kamata nem tudta ellensúlyozni a másik esetben fellépő plusz 8 évnyi 600 000 Ft-os többletmegtakarítást, és annak hozamait. Az időtényező változatlansága mellett a kamatláb növekedése azonban kiegyenlítheti ezt a hátrányt, és megvalósul „a kamatos kamat csodája”.

5. feladat

Családod a nagyszülőktől egy vidéki nagyvárosban egy kb. 28 millió forint értékű lakást örökölt. Az örökséggel szeretnétek okosan gazdálkodni és szeretnétek megtalálni a számotokra legjobb, legjövedelmezőbb befektetési lehetőséget. A kockázatok csökkentése, megosztása (idegen szóval a diverzifikáció) érdekében úgy gondoljátok, hogy nem szabad az összes pénzt egyetlen befektetésbe tenni. Véleményetek szerint a 28 millió Ft megosztása alternatív lehetőségek között kiszámíthatóbb és kiegyenlítettebb hozamot eredményez. Több szempontot és lehetőséget is végiggondoltok. Az alábbi befektetési lehetőségek merültek fel:

- megtartjátok a lakást, és kiadjátok azt, amiért bérleti díjat kaptok,
- eladjátok az ingatlant, és az eladásból befolyt összeget értékpapírba fektetitek:
 - állampapír (ez szolid hozamot, de biztonságos és könnyebben értékesíthető, készpénzzé tehető formát jelent),
 - részvények, kötvények (ezzel lehetne a nagyobb hozamot elérni, de ezekhez nagyobb kockázat is kapcsolódik),
 - az előbbieket kombinációja, amelyben a kockázatot csökkenteni tudjátok
- deviza befektetéssel árfolyamnyereséget érhetnek el.

A következő feladatokban ezeket a lehetőségeket vizsgáljuk meg.



a) Milyen szempontok merülhetnek fel a megfelelő befektetés(ek) kiválasztásához?

Megoldás:

- Mikor és milyen összegre lehet szükség a családban rövidebb és hosszabb távon?
- Mennyire szeretne biztonságra vagy éppen kockázatvállalással magasabb hozamra törekedni a család?
- Hogyan tudjátok csökkenteni a kockázatot?
- Mekkora hozamot tartotok reálisan elérhetőnek? VAGY Mekkora a család hozamelvárása?

b) Elsőként az ingatlan bérbeadását vagy eladását hasonlítjátok össze. Utánanéztetek a lakásáraknak, illetve a lakásbérleti díjaknak, és reálisan havi 140 000 Ft + rezsiért lehetne a lakást kiadni. A bérleti szerződést három évre szeretnétek megkötni, és ez alatt az idő alatt nem változtattok a bérleti díjon, de félévenként előre kéritek az összeget. A bevétel értékeléséhez még tudni kell, hogy az ingatlan bérbeadásból származó bevétel 90%-a¹⁹ után 15% személyi jövedelemadót is kell fizetni. Az ingatlan értéke aktuálisan 28 000 000 Ft-ra tehető.

- Mennyi lesz az első évi bevételek a bérbeadásból?

Ne feledkezz meg arról, hogy a félévre előre fizetett összeget is be tudjátok fektetni. Az egyszerű banki lekötés kamatadóval korrigált hozama 2%.

Az első hat havi bérleti díjat egy évre tudjátok lekötni: $6 \cdot 140\,000 \text{ Ft} = 840\,000 \text{ Ft}$, amelyet egy évre bankban lekötve $840\,000 \cdot 1,02 = 856\,800 \text{ Ft}$ bevételt eredményez

A második hat havi bérleti díjat év végéig már csak 6 hónapra tudjátok lekötni: $6 \cdot 140\,000 \text{ Ft} = 840\,000 \text{ Ft}$, amelyet félévre bankban lekötve $840\,000 \cdot 1,01 = 848\,400 \text{ Ft} =$ bevételt eredményez. Egy év alatt összesen 1 705 200 Ft bevételek lesz.

- Mennyi lesz a bérbeadásból származó adófizetési kötelezettségetek?

$0,15 \cdot (1\,680\,000 \text{ Ft} \cdot 0,9) = 226\,800 \text{ Ft}$ az adó.

- Mekkora éves hozamot értek el a bérbeadással és kamatoztatással az adó levonása után? (A feladatban megadott kamatláb már a kamatadóval korrigált kamatláb volt, így a kamatokból adót már nem kell vonnotok!)

$(1\,680\,000 \text{ Ft} - 226\,800 \text{ Ft}) + 16\,800 + 8\,400 = 1\,478\,400 \text{ Ft}$ az adóval korrigált hozam.

Éves hozam = bérbeadásból származó bevétel/befektetett összeg:

¹⁹ Az adójogszabályok szerint a bevétel 90%-át tekintjük jövedelemnek. A bevétel 10%-át az ingatlannal kapcsolatban felmerülő költségekre – pl.: karbantartás, biztosítás, helyi adó, stb. – számolhatja el az ingatlan tulajdonosa. Ezt 10% költséghányad elszámolásnak nevezzük. Lehetőség van azonban a tételes költségelszámolásra is, ha esetleg magasabb költségek merülnek fel, ekkor azonban számlával kell igazolnia az ingatlan bérbeadójának ezeket a költségeket.

$$1\,478\,400 \text{ Ft} : 28\,000\,000 \text{ Ft} = 0,0528$$

Tehát 5,28%-os hozamot érhetünk el ezzel a befektetéssel évente.

- c) A bérbeadással elérhető hozam nagyságának értékeléséhez azt is kiszámoljátok, hogy mekkora bevételre, illetve hozamra tennétek szert, ha a lakást inkább eladnátok, és a kapott vételárat 1 éves állampapírba fektetnétek.

Az állampapírok hozamát kockázatmentes hozamnak is szokták nevezni, és ez tekinthető az adott időtávon (pl. 1 év) elvárt minimum-hozamnak. A „magasabb kockázat magasabb hozam” elve alapján a kockázatmentes befektetés hozamánál nagyobb hozamot várnak el a befektetők a többi (alternatív) befektetés esetén.

Mekkora árat kellene elérni a lakás értékesítésekor ahhoz, hogy egy év múlva biztonságos befektetéssel, például állampapírból származó hozammal szintén évi 1 478 400 Ft hozamot érjete el? Keress az ÁKK honlapján aktuális hozamokat!
<http://www.akk.hu/hu/statisztika/hozamok-indexek-forgalmi-adatok/referenciahozamok>

Ha nincs lehetőség hozamokat keresni, akkor a kamatadóval korrigált évi 4%-os kamatlábbal számolj!

Megoldás:

x = a lakás kalkulált ára

$$x \cdot 0,04 = 1\,478\,400 \text{ Ft (elvárt hozam)}$$

39 960 000 Ft áron kellene tudni eladni a lakást. Ez jóval magasabb, mint a piaci ár.

- d) Értékelj a kapott eredményeket az adott feltételek között! A számítás alapján fejezd be a nyitott mondatokat:

- Az állampapírral elérhető hozam csak a piaci átlagárnál**magasabb** lakás ár esetén eredményez a bérbeadással közel azonos jövedelmet.
- A lakáskiadás**nagyobb** hozamot eredményez, mint az ugyanolyan értékű állampapír befektetés.
- A lakáskiadással elérhető hozam kockázata**nagyobb** , mint az állampapírbefektetéssel elérhető hozamé.

- e) Sorolj fel néhány kockázati tényezőt a lakáskiadással kapcsolatban!

a bérleti díj nem időben folyik be,
 a rezsi kifizetésének elmaradása
 rongálás a lakásban
 fizetés előtt eltűnő bérlő
 stb.

6. feladat

Az előző feladatban megvizsgáltuk a 28 millió forintos lakásörökség kiadási és értékesítési lehetőségét. Lássuk, milyen eredménnyel zárulna, ha az összeg befektetésének kockázatmegosztására a következő alternatívát választanánk: 5 millió forintért devizát vásárolnánk, amit lekötünk egy évre. A maradék 23 millió forintot 4%-os kamatozású állampapírban helyeznénk el egy évre, amelynek kamatadójától most eltekintünk.

a) Keress rá az interneten egy általad választott bank honlapján a devizaárfolyamokra! Válassz ki egy bizalmadat élvező devizanemet!

Írd fel ide a devizaárfolyamokat:

- eladási árfolyam:.....HUF/.....
- vételi árfolyam:.....HUF/.....

(Amennyiben nincs lehetőség az internetes keresésre, a feladat megoldásához használd a következő árfolyamokat:

befektetés kezdetekor:

- euró eladási árfolyam: 324 HUF/EUR
- euró vételi árfolyam: 318 HUF/EUR

futamidő végén:

- euró eladási árfolyam: 334 HUF/EUR
- euró vételi árfolyam: 329 HUF/EUR)

b) Számold ki a devizaárfolyam alapján, hogy hány eurót ír jóvá a bank a befizetett forintösszeg után a bankszámlán! Használd a mellékelt táblázatot!

Elhelyezett pénzösszeg forintértéke	5 000 000 Ft
Átváltásnál figyelembe vett árfolyam megnevezése (eladási vagy vételi)	Eladási
Átváltási árfolyam (Ft/euró)	324
Elhelyezett euró összege (egészre kerekítve)	15 432 €

c) A deviza befektetések hozamánál három fontos tényezővel is számolnunk kell: az árfolyamváltozással, a kamattal és a váltási díjjal, mint költséggel.

Kövesd nyomon befektetésed eredményét, töltsd ki a táblázatot!

A befektetés adatai	Összege	Pénznem
Lekötött deviza	15 432	€
Kamat (évi 2%-os, kamatadóval korrigált kamatláb és éves kamatfizetés esetén), egész számra lefelé kerekítve	308	€
Befektetés végeredménye 1 éves futamidő végén	15 740	€
Befektetés végeredménye forintban az eredeti árfolyamok melletti visszaváltás esetén		

Befektetés végeredménye forintban <i>Karikázd be, melyikkel számolsz!</i> <u>vételi árfolyammal</u> vagy eladási árfolyammal	$15\,740\text{€} \cdot 318 = 5\,005\,320$	Ft
Befektetés végeredményében a kamatból adódó többlet forintban	$308\text{€} \cdot 318 = 97\,944$	Ft
Az eladási és vételi árfolyam különbségéből, vagyis az árfolyamrészről fakadó nyereség/veszteség	$15\,432\text{€} \cdot (-6) = -92\,592$	Ft
Teljes hozam (az eltérés a kerekítésekből adódik)	$97\,944 + (-92\,592) = 5\,352$	Ft
Effektív hozam	$\frac{5\,352}{5\,000\,000} \approx 0,0011$, azaz	0,11%
Befektetés végeredménye forintban, ha közben árfolyamváltozás történt		
Befektetés végeredménye forintban A vételi árfolyam és az eladási árfolyam is 10 Ft-tal nőtt. Írd ide az új árfolyamokat! új <u>vételi</u> árfolyam: 328 HUF/EUR (4 Ft-tal meghaladja a korábbi eladási árfolyamot) új eladási árfolyam: 334 HUF/EUR <i>Karikázd be, melyikkel számolsz!</i>	$15\,740\text{€} \cdot 328 = 5\,162\,720$	Ft
Befektetés végeredményében a kamatból adódó többlet forintban	$308\text{€} \cdot 28\text{ Ft/€} = 101\,024$	Ft
Az árfolyamváltozás hatása a befektetés eredményében forintban (a korábbi eladási és az új vételi árfolyam figyelembe vételével)	$15\,432 \cdot (328 - 324) = 61\,728$	Ft
Befektetés teljes hozama	$101\,024 + 61\,728 = 162\,752$	Ft
Befektetés tényleges hozama százalékban (teljes hozam/befektetett összeg)	$\frac{162\,752}{5\,000\,000} \approx 0,0325504$, azaz	3,255%

- d) Számítsd ki, hogy a deviza árfolyamának milyen irányú és mértékű változása esetén lett volna a befektetésed hozama 0%!

A hozam akkor lesz nulla, ha a befektetés a lekötéskor és a futamidő végén forintban ugyanannyit ér. Ez azt jelenti, hogy 5 000 000 Ft kell, hogy legyen az értéke 15 740 eurónak.

Vagyis: vételi árfolyamon számolva: $\frac{5\,000\,000}{x} = 15\,740$.

Tehát $x = 317,66$ HUF/EUR a vételi árfolyam.

Vagyis az eredeti vételi árfolyam kis mértékű azaz 0,34 HUF/EUR-val való csökkenése mellett már nem is realizáltunk volna forinthatamot. A devizabefektetés hozamát az átváltási árfolyamok (eladási és vételi) közötti különbség szinte le is nullázta.

Megjegyzés:

Sokkal nagyobb kockázattal jár a határidős deviza ügylet. Nézz utána az interneten, hogy mit takar ez a meghatározás!

Vond le a következtetést!

1. Ha most kellene döntést hoznod, melyik befektetési lehetőséget választanád az előző két feladat alapján? Ingatlanvásárlás vagy devizabefektetés? Válaszod indokold!

Az ingatlanvásárlással jártunk jobban a feladatok alapján, hiszen az elért hozam itt mutatkozott nagyobbaknak.

2. Gondold át az egyes befektetési lehetőségek buktatóit!

- ingatlankiadás: sok előre nem látható költség merülhet fel (felújítás stb.), illetve kockázatot jelent a megvásárolt lakás bérbeadhatósága (inkább vidéken), viszont magas hozammal járhat.
- devizabefektetés: az árfolyamváltozás iránya, mértéke nehezen kiszámítható, bizonytalan, az átváltási árfolyamok közötti különbség okozta költség akár a teljes kamatot felemésztheti, ezért kockázatos befektetésnek számít. Csak a forint folyamatos romlása esetén garantált a hozam növekedés.
- államkötvény: az állam fizetéseképtelenné válása esetén van csak kockázata, ám ennek esélye csekély, ezért ezt tekinthetjük a legbiztonságosabb értékpapírnak, jelenleg kamatozása kedvezőnek tekinthető a hasonló kockázati szintű befektetésekhez képest.
- banki lekötés: biztonságos, ám alacsony kamatot fizet.

Megjegyzés: a fentiek kombinációi is megvalósíthatóak, illetve javasolt is ezek kombinálása nagyobb összegű befektetések esetén, hiszen így a kockázat az egyén kockázatvállaló hajlandóságának megfelelően mérsékelhető.

7. feladat

Befektetésként részvényeket is vásárolhatunk. A részvénybefektetések két módon biztosíthatnak nyereséget befektetőik számára: egyrészt a részvény árfolyamának növekedése, másrészt pedig a részvény után kifizetett osztalék²⁰ révén.

Részvényeket közvetlenül nem tudunk vásárolni a tőzsdén (Budapesti Értéktőzsdén, röviden BÉT), hanem csak befektetési szolgáltatón (brókercégeken) keresztül, megbízási díj ellenében.

A sajtóban volt olvasható az alábbi hír:

„2018. május 16-án kezdi meg az osztalékfizetést a MOL – áll a vállalat BÉT-re eljuttatott közleményében. Összesen 94 278 069 345 forint osztalék kifizetéséről határozott a Mol, részvényenként bruttó 127,5 forint üti majd a befektetők markát.”²¹

- a) 2017. július 4-én 50 db MOL részvényt vásároltál. Tudjuk, hogy a részvények árfolyama napközben is erősen ingadozó lehet, most azonban tételezzük fel, hogy Te is az első ábrán látható, 2595 Ft-os árfolyamon vetted a részvényt ezen a napon.

Árfolyam: 2595 Ft/részvény



- b) Az újságcikkben szereplő osztalékot 2018 májusában megkaptad, és pont egy évvel a vételt követően 2018. július 4-én értékesítetted a részvényeidet!

Olvasd le a második ábráról az eladási árfolyamot!

²⁰ Az osztalék a részvény tulajdonosának hozama, amelyet a vállalat fizet adózás utáni eredményéből, (nyereségéből) a részvényesnek. Az osztalék mértékéről, kifizetéséről a közgyűlés dönt.

²¹<https://www.portfolio.hu/vallalatok/megvan-mikor-fizet-osztalekot-a-mol.283304.html>

Árfolyam: 2778 Ft/részvény

- c) Számítsd ki részvénybefektetésed pénzügyi eredményét! Ne feledd, hogy a tőzsdei adás-vételi ügyletekhez megbízási díj is kapcsolódik, mely az üzletkötés értékének 0,3 százaléka.

Részvény	Összeg (Ft/részvény)
Eladási árfolyam	2778
Vételi árfolyam	2595
Befektetés árfolyamkülönbözete (eladási árfolyam – vételi árfolyam)	183
Kapott osztalék	127,5
Befektetés összes hozama (árfolyamkülönbözet + kapott osztalék)	310,5
A vétel és eladás megbízási díja az üzletkötési érték százalékában - Vételhez kapcsolódó megbízási díj/részvény - Eladáshoz kapcsolódó megbízási díj/részvény	$2595 \cdot 0,003 = 7,785$ $2778 \cdot 0,003 = 8,334$
Egy részvényre jutó összes megbízási díj	16,119
Költségekkel csökkentett hozam:	294, 381

Befektetés hozamai	%
Befektetés hozama (képlete: költségekkel csökkentett hozam: vételi árfolyam)	$294,381 : 2595 =$ $0,1134$ tehát 11,34%
Az osztalék és árfolyamnyereség-adóval (15%) csökkentett hozam:	$0,85 \cdot 11,34\% = 9,639\%$
Az inflációval korrigált reálhozam, ha az infláció 2,6%	$9,639\% : 1,026 =$ $9,394\%$

- d) Értékelj befektetésed! Jól döntöttél a részvényvásárlással, vagy érdemesebb lett volna másba fektetni pénzed? (Idézd fel az előző feladatok során összegyűjtött információkat a más befektetési lehetőségekkel elérhető hozamokkal kapcsolatban!)

Jól döntöttem, elég magas a 9,394%-os hozam.

- e) Vizsgáld meg az ábrát ismét! Jó döntést hoztál júliusban az eladással vagy érdemes lett volna várnod? Hogyan változott a részvény árfolyama azóta?

A részvény ára emelkedett, ezért lehetett volna még várni.

- f) Vizsgáld meg a fenti ábrákat! Jelölj be egy olyan időszakot az egyik ábrán, ahol árfolyamcsökkenés következett be! Milyen következtetést tudsz levonni ebből a változásból a befektetés kockázatosságára vonatkozóan?

(Bármelyik ábrán elfogadható bármelyik olyan időszak bejelölése, amelynél a diagram negatív meredekséget mutat.)

A részvénybefektetések magas kockázattal járnak, hiszen néhány nap, vagy akár óra alatt is jelentős mértékű árfolyamcsökkenés következhet be a piacon.

- g) Ha az állampapírokkal évi 4,5% (kamatadóval csökkentve 3,825%) hozam érhető el, hogyan értékelnéd a fenti befektetést?

A részvény kockázatos befektetésnek számít, ám a c) pont számításai szerinti esetben magas hozamot biztosított a befektető számára. Az államkötvényekkel is kedvező hozam érhető el manapság, és sokkal kiszámíthatóbb, biztonságosabb befektetésnek számítanak, így a kevésbé kockázattűrő befektetők számára kiváló lehetőséget nyújtanak pénzüik értékének növelésére.



8. feladat

A rendelkezésedre álló megtakarításodat értékpapír-portfólióba fekteted. A portfólió összetételét a táblázat mutatja, az árfolyamok várható alakulását piaci elemzők előrejelzése alapján jelzi a táblázat, és már az adóval korrigált hozamokat tartalmazza:

Értékpapír neve	Aránya a portfólióban	Piaci árfolyam várható változása a befektetés első három hónapjában	Piaci árfolyam várható változása a befektetés második három hónapjában
Államkötvény	x	+2%	+3%
„A” részvény	20% $\rightarrow$ 0,2	+6%	+5%
„B” részvény	$0,5 - x$	+11%	-2%
Vállalati kötvény	30% $\rightarrow$ 0,3	+4%	+7%

- a) Milyen arányban kell államkötvényt és „B” részvényt tenned a portfóliódba, ha az első negyedévben legalább 5 százalékos hozamot szeretnél elérni?

$$x \cdot 1,02 + 0,2 \cdot 1,06 + (0,5 - x) \cdot 1,11 + 0,3 \cdot 1,04 \geq 1,05 \text{ Ebből } x \leq 0,3222$$

Tehát az államkötvény aránya a portfólióban legfeljebb 32,22% legyen.

- b) Ha 1 000 000 forintot szeretnél úgy befektetni, hogy legalább 90 000 forint nyereséged legyen fél év alatt, hány forintért célszerű most államkötvényt és „B” részvényt vásárolnod a portfóliódba?

$$x \cdot 1,02 \cdot 1,03 + 200\,000 \cdot 1,06 \cdot 1,05 + (500\,000 - x) \cdot 1,11 \cdot 0,98 + 300\,000 \cdot 1,04 \cdot 1,07 \geq 1\,090\,000$$

Ebből $x \leq 277\,957$, tehát az államkötvény legfeljebb 277 957 forintnyi lehet.